Занятие 1 Вступительная олимпиада

1.

В трех ящиках находятся крупа, вермишель и сахар. На первом ящике написано «крупа», на втором – «вермишель», на третьем – «крупа или сахар». Что в каком ящике находится, если содержимое каждого из ящиков не соответствует надписи на нем?

2.

Пять рыбаков съели пять судаков за пять дней. За сколько дней десять рыбаков съедят десять судаков?

3.

Сколько всего прабабушек и прадедушек было у всех ваших прабабушек и прадедушек?

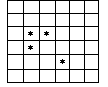
Ответ Решение

4.

На острове Буяне четыре королевства, причем каждое граничит с тремя остальными. Нарисуйте карту острова так, как вы ее себе представляете.

5.

Квадратный торт с четырьмя розочками надо разрезать на 4 равных куска так, чтобы на каждом было по розочке. Нарисуйте, как это сделать.



6.

Найдите частное, если оно в три раза меньше делимого и в восемь раз больше делителя.

Дополнительные задачи

7.

Внутри круга отмечена точка, не совпадающая с его центром. Как разрезать круг не более чем на три части, чтобы из этих частей сложить новый круг с центром в отмеченной точке? Можно ли обойтись разрезанием на две части?

8.

Расставьте на шахматной доске 32 коня так, чтобы каждый бил ровно двух других.

**Задачи про рыцарей и лжецов**

1. В чашке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в чашке; сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом; в банке не лимонад и не вода; стакан стоит около банки и сосуда с молоком. В какой сосуд налита каждая из жидкостей?

2.На острове живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят только правду, лжецы – всегда лгут.

Путник встретил троих островитян и спросил каждого: «Сколько рыцарей среди твоих спутников?» Первый ответил «Ни одного», второй ответил: «Один». Что сказал третий?

3. Малыш спрятал от Карлсона банку с вареньем в одну из трех разноцветных коробок. На коробках Малыш сделал надписи: на красной – «Здесь варенья нет»; на синей – «Варенье - здесь»; на зеленой – «Варенье в синей коробке». Только одна из надписей правдива. В какой коробке Малыш спрятал варенье?

4. На остров рыцарей и лжецов приехал путешественник и нанял себе проводника. Однажды, увидев вдали туземца, путешественник сказал проводнику: "Пойди и спроси у того человека: рыцарь он или лжец". Вскоре проводник вернулся и сказал: "Этот человек сказал, что он лжец". Кем был проводник, рыцарем или лжецом?

5. Федя всегда говорит правду, а Вадим всегда лжёт. Какой вопрос надо им задать, чтобы они дали на него одинаковые ответы (оба ответили “да” или оба ответили “нет”)?

6. На дверях двух комнат висят таблички. Известно, что надписи на них либо одновременно истинны, либо одновременно ложны. На первой сказано «Либо в этой комнате тигр, либо принцесса в другой», а на второй «Принцесса в другой комнате». В какой из комнат принц найдет принцессу?

**Дополнительные задачи 1**

7. В Стране Чудес проводилось следствие по делу об украденном бульоне. На суде Мартовский Заяц заявил, что бульон украл Болванщик. Соня и Болванщик тоже дали показания, но что они сказали, никто не запомнил, а запись смыло алисиными слезами. В ходе судебного заседания выяснилось, что бульон украл лишь один из подсудимых и что только он дал правдивые показания. Так кто украл бульон?

**8.** Однажды на лестнице была найдена странная тетрадь. В ней было записано сто утверждений:

"В этой тетради ровно два неверных утверждения";

"В этой тетради ровно три неверных утверждения";

...

"В этой тетради ровно сто неверных утверждений".

Есть ли среди этих утверждений верные, и если да, то какие?

**9.** Путешественник, попавший на остров рыцарей и лжецов, встретил четырех людей и задал им вопрос:"Кто вы?". Он получил такие ответы:

1-ый: "Все мы лжецы".

2-ой: "Среди нас 1 лжец".

3-ий: "Среди нас 2 лжеца".

4-ый: "Я ни разу не соврал и сейчас не вру".

Путешественник быстро сообразил, кем является четвертый житель. Как он это сделал?

**Дополнительные задачи 2**

**10.** 12 кандидатов в мэры рассказывали о себе. Через некоторое время один сказал: "До меня соврали один раз". Другой сказал: "А теперь - дважды". "А теперь - трижды" - сказал третий, и так далее до 12-го, который сказал: "А теперь соврали 12 раз". Тут ведущий прервал дискуссию. Оказалось, что по крайней мере один кандидат правильно посчитал, сколько раз соврали до него. Так сколько же раз всего соврали кандидаты?

**11.** По кругу сидят рыцари и лжецы – всего 12 человек. Каждый из них сделал заявление: "Все кроме, быть может, меня и моих соседей – лжецы". Сколько рыцарей сидит за столом, если известно, что лжецы всегда врут, а рыцари всегда говорят правду?

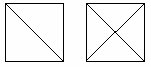
**Графы и обходы графов**

1. а) Расположите на плоскости 6 точек и соедините их непересекающимися линиями так, чтобы из каждой точки выходили 4 линии.

б) проведите 6 прямых и отметьте на них 7 точек так, чтобы на каждой прямой было ровно три из отмеченных точек.

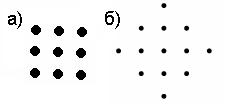
2. а) Художник-авангардист нарисовал картину “Контур квадрата и его диагональ”. Мог ли он нарисовать свою картину, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды?

б) А если его картина называлась “Контур квадрата и его диагонали”?



3. а) Зачеркните 9 точек, изображенных на левом рисунке, четырьмя отрезками, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды.

б) 13 точек, изображенных на правом рисунке, пятью отрезками, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды.



4. Пешеход обошёл шесть улиц одного города, пройдя каждую ровно два раза, но не смог обойти их, пройдя каждую лишь раз. Могло ли это быть?

5. а) 20 команд сыграли турнир по олимпийской системе (встречаются две команды, победитель играет дальше, проигравший выбывает). Сколько всего было сыграно матчей?

б) а если турнир проходил по круговой системе в один круг? (каждая команда играет с каждой один раз).

6. Дима, приехав из Врунляндии, рассказал, что там есть несколько озер, соединенных между собой реками. Из каждого озера вытекают три реки, и в каждое озеро впадают четыре реки. Докажите, что он ошибается.

**Дополнительные задачи**

7. В углах шахматной доски 3\*3 стоят 4 коня: 2 белых и 2 черных. Можно ли за несколько ходов поставить коней так, чтобы во всех соседних углах стояли кони разного цвета.

8. Посёлок построен в виде квадрата 3 квартала на 3 квартала (кварталы - квадраты со стороной b, всего 9 кварталов). Какой наименьший путь должен пройти асфальтоукладчик, чтобы заасфальтировать все улицы, если он начинает и кончает свой путь в угловой точке A? (Стороны квадрата - тоже улицы).

9. В королевстве 16 городов. Король хочет построить такую систему дорог, чтобы из каждого города можно было попасть в каждый, минуя не более одного промежуточного города, и чтобы из каждого города выходило не более 5 дорог. а) Докажите, что это возможно. б) Докажите, что если в формулировке заменить число 5 на число 4, то желание короля станет неосуществимым.

**Числовые неравенства**

1.

a) Яблоко тяжелее банана, а банан тяжелее киви. Что тяжелее - киви или яблоко?

б) Мандарин легче груши, а апельсин тяжелее мандарина. Что тяжелее - груша или апельсин?

2.

6 карасей легче 5 окуней, но тяжелее 10 лещей. Что тяжелее - 2 карася или 3 леща?

3.

7 шоколадок дороже, чем 8 пачек печенья. Что дороже - 8 шоколадок или 9 пачек печенья?

4.

Один сапфир и два топаза

Ценней, чем изумруд, в три раза.

А семь сапфиров и топаз

его ценнее в восемь раз.

Определить мы просим Вас,

сапфир ценнее иль топаз?

5.

На валютной бирже за 11 тугриков дают 14 динаров, за 22 рупии - 21 динар, за 10 рупии - 3 талера, за 5 крон - 2 талера. Сколько тугриков можно выменять за 13 крон?

6.

Известно, что 9 стаканов чая стоят дешевле 10 рублей, а 10 стаканов чая - дороже 11 рублей. Сколько стоит стакан чая?

**Логика**

1. Заполните пропуск, чтобы получилось истинное предложение (последнее слово, возможно, придется поменять, чтобы фраза правильно звучала по-русски): В ЭТОЙ ФРАЗЕ ... БУКВ. Решите эту задачу хотя бы тремя способами.

2. В сундуке лежали два колпака белого цвета и три черного. В темную комнату завели трех мудрецов и надели на них какие-то колпаки из сундука. Потом вывели в другую комнату. Они не видят, какого цвета колпак на них, но видят колпакки других. Через некоторое время один из них догадался, какого цвета на нем колпак. Как? Какого цвета был колпак?

3. Петин кот перед дождем всегда чихает. Сегодня он чихнул. "Значит, будет дождь" - думает Петя. Прав ли он?

4. Коля Васин задумал число: 1, 2 или 3. Вы задаете ему только один вопрос, на который он может ответить "да", "нет" или "не знаю". Сможете ли вы угадать число, задав всего лишь один вопрос?

5. Во всех зоопарках, где есть гиппопотамы и носороги, нет жирафов. Во всех зоопарках, где есть носороги и нет жирафов, есть гиппопотамы. Наконец, во всех зоопарках, где есть гиппопотамы и жирафы, есть и носороги. Может ли существовать такой зоопарк, в котором есть гиппопотамы, но нет ни жирафов, ни носорогов?

6. Пусть x - некоторое натуральное число. Среди утверждений:

2x больше 70;

x меньше 100;

3x больше 25;

x не меньше 10;

x больше 5;

три верных и два неверных. Чему равно x?

**Дополнительные задачи**

7. У Вас есть две баночки с пилюлями, маркированные "А" и "В". В день Вам нужно съесть по одной пилюле из каждой баночки, если же Вы съедите больше или меньше одной пилюли из какой-либо баночки, то умрете. Однажды Вы взяли одну пилюлю из баночки "А", а когда стали вытряхивать пилюлю из банки "В", случайно выпало две пилюли. Теперь у Вас на руке лежат три пилюли совершенно неразличимые по внешнему виду. Как с наименьшими потерями выйти из этой ситуации?

8. Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алёше, но знает, какие монеты достались ему самому. Придумайте вопрос, на который Илья Муромец ответит ''да'', ''нет'' или ''не знаю'', и по ответу на который Вы сможете понять, какие монеты ему достались.

**Задачи на движение**

1. Дорога от дома до школы занимает у Пети 20 минут. Однажды по дороге в школу он вспомнил, что забыл ручку. Если теперь он продолжит свой путь с ой же скоростью, то придет в школу за 3 минуты до звонка, а если вернётся за ручкой – то, идя с той же скоростью, опоздает к началу урока на 7 минут. Какую часть пути он прошёл до того, как вспомнил о ручке?

2. Я иду от дома до школы за 30 минут, а моя сестра – за 40 минут. Через сколько минут я догоню сестру, если я вышел из дома через 5 минут после её ухода?

3. Петя и Вася одновременно побежали по кругу. Когда Петя обогнал Васю в третий раз, Вася пробежал ровно 6 кругов. Во сколько раз скорость Пети больше скорости Васи, если они бегут с постоянными скоростями?

4. По шоссе со скоростью 60 км/ч едет колонна автомашин длинной 300 метров. Проезжая мимо ДПС, машины сбрасывают скорость до 40 км/ч. Какова будет длина колонны, когда все машины проедут пост ДПС?

5. Буратино и Пьеро бежали наперегонки. Пьеро весь путь бежал с одной и той же скоростью, а Буратино первую половину пути бежал вдвое быстрее, нежели Пьеро, а вторую – вдвое медленней, чем Пьеро. Кто прибежал на финиш первым?

6. Kаждое воскресенье монах ровно в 6 часов утра начинал восхождение на святую гору. Он шёл весь день и к вечеру добирался до вершины горы. Всю ночь монах молился, а на следующее утро ровно в 6 часов утра выходил обратно по той же дороге. Докажите, что на этой дороге есть такое место, что в воскресенье и в понедельник монах оказывался там в одно и тоже время.

Дополнительные задачи

7. Из пунктов А и В одновременно навстречу друг к другу выехали мотоциклист и велосипедист. Через 1 час оказалось, что велосипедист находится точно посередине между А и мотоциклистом, ещё через час они оказались на одном и том же расстоянии от пункта А. Во сколько раз скорость велосипедиста меньше скорости мотоциклиста?

8. Три бегуна – Антон, Серёжа и Толя – участвуют в беге на 100 метров. Когда Антон финишировал, Серёжа находился в 10 метрах позади от него, когда финишировал Серёжа, то Толя находился в 10 метрах позади от Серёжи. На каком расстоянии находились Антон и Серёжа, когда финишировал Антон? (Все мальчики бегут с постоянными, но не равными друг другу скоростями.)

9. Два пловца одновременно прыгнули с плота и поплыли в разные стороны: один – по течению, второй – против течения реки. Через 5 минут они одновременно повернули и поплыли обратно. Какой из пловцов доплывёт до плота быстрее?