МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

# ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ДОПОЛНИТЕЛЬНОМУ ВСТУПИТЕЛЬНОМУ ИСПЫТАНИЮ ПО ФИЗИКЕ

Москва

Физический факультет МГУ

2018

# Задачи с решениями
# для подготовки к дополнительному вступительному испытанию по физике

Данный сборник содержит задачи вступительных испытаний по физике, проводившихся с 2011 по 2017 год. Задачи приведены с решениями, содержащими обоснования применимости используемых законов и допущений.

Сборник содержит следующие разделы:

- Механика;
- Молекулярная физика и термодинамика;
- Электродинамика;
- Оптика.

По каждому разделу программы предлагаются краткие вопросы по теории, задачи и решения к ним.

**Коллектив авторов:**

Боков П.Ю., Буханов В.М., Вишнякова Е.А., Грачев А.В., Зотеев А.В., Иванова О.С., Козлов С.Н., Лукашева Е.В., Невзоров А.Н., Нетребко Н.В., Никитин С.Ю., Плотников Г.С., Погожев В.А., Подымова Н.Б., Полякова М.С., Поляков П.А., Склянкин А.А., Чесноков С.С., Чистякова Н.И., Шленов С.А.

Издание осуществлено при финансовой поддержке Фонда Олега Дерипаска "Вольное Дело".

## МЕХАНИКА

**1.** Сформулируйте закон Архимеда. Укажите условия плавания тел.

**Задача.** Металлическая дробинка, погружаясь в воду, движется с постоянной скоростью. Найдите работу силы сопротивления воды на пути $S$ = 20 см. Радиус дробинки $r$ = 3 мм, ее плотность $\rho = 8\cdot 10^3$ кг/м$^3$. Плотность воды $\rho_0 = 10^3$ кг/м$^3$. Ускорение свободного падения примите равным $g$ = 10 м/с$^2$.

**Решение.** На дробинку действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, архимедова сила $\vec{F}_{\text{А}}$ и сила вязкого трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (рис.1). Согласно второму закону Ньютона, при равномерном движении векторная сумма всех сил равна нулю. В проекции на вертикальную ось, направленную вверх, имеем $F_{\text{А}} + F_{\text{тр}} - mg = 0$. По закону Архимеда $F_{\text{А}} = \rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3 g$. Масса дробинки $m = \rho\frac{4}{3}\pi r^3$. Следовательно, сила трения $F_{\text{тр}} = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho-\rho_0)g$. Модуль работы силы трения на перемещении $S$ $|A_{\text{тр}}| = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho-\rho_0)gS \approx 1{,}6\cdot 10^{-3}$ Дж. Работа силы трения отрицательна, т.к. направления этой силы и перемещения дробинки противоположны.

Рис.1

**Ответ:** $A_{\text{тр}} = -\frac{4}{3}\pi r^3(\rho-\rho_0)gS \approx -1{,}6\cdot 10^{-3}$ Дж.

**2.** Что такое сила? Как найти сумму сил, действующих на материальную точку?

**Задача.** Брусок массой $M = 2$ кг располагается на неподвижной наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 30°$. К бруску привязана нить, перекинутая через два легких блока: неподвижный *1* и подвижный *2* (см. рис.2). Отрезки нити, идущие к подвижному блоку *2*, вертикальны, а отрезок нити от бруска до неподвижного блока *1*

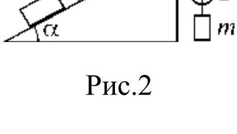

Рис.2

параллелен наклонной плоскости. К оси подвижного блока подвешен груз, масса $m$ которого неизвестна. Когда систему предоставили самой себе, груз начал двигаться вниз с ускорением $a = 0{,}5$ м/с$^2$. Какова масса груза $m$? Коэффициент трения между бруском и наклонной плоскостью $\mu = 0{,}2$. Нить считайте невесомой и нерастяжимой, трением в оси блоков пренебрегите. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с$^2$.

**Решение.** Брусок и груз движутся под действием сил, изображенных на рис.3, где $Mg$ и $mg$ – модули сил тяжести, $T$ – модуль силы натяжения нити, $N$ – модуль нормальной составляющей силы реакции опоры, $F_{тр}$ – модуль силы трения скольжения ($F_{тр} = \mu Mg\cos\alpha$). По второму закону Ньютона имеем $ma = mg - 2T$ (для груза), $Ma' = T - Mg\sin\alpha - \mu Mg\cos\alpha$ (для бруска). Здесь $a$ – ускорение груза, $a' = 2a$ – ускорение бруска. Исключая из этих равенств $T$, находим массу груза $m = \dfrac{2Mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) + 4Ma}{g - a} \approx 3{,}26$ кг.

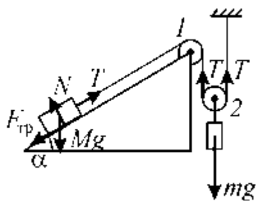


Рис.3

**Ответ:** $m = \dfrac{2Mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) + 4Ma}{g - a} \approx 3{,}26$ кг.

**3.** Сформулируйте второй и третий законы Ньютона.

**Задача.** Шарик массой $m$, подвешенный на невесомой нерастяжимой нити, отклонили от вертикали на угол $\varphi_0$ и отпустили без начальной скорости. Найдите силу натяжения нити $T$ как функцию угла отклонения шарика от вертикали $\varphi$.

**Решение.** Уравнение движения шарика в проекции на направление нити имеет вид $\dfrac{mv^2}{l} = T - mg\cos\varphi$, где $l$ – длина нити, $v$ – скорость шарика, $g$ – ускорение свободного падения. По закону сохранения энергии $mgh_0 = mgh + \dfrac{mv^2}{2}$, где $h_0 = l\cdot(1 - \cos\varphi_0)$ – начальная высота шарика, $h = l\cdot(1 - \cos\varphi)$ – его текущая высота. Отсюда $T = mg(3\cos\varphi - 2\cos\varphi_0)$.

**Ответ:** $T(\varphi) = mg(3\cos\varphi - 2\cos\varphi_0)$.

4. Чему равны силы трения покоя и скольжения? Дайте определение коэффициента трения.

**Задача.** Олимпийская трасса для соревнований по бобслею в Лиллехаммере имеет перепад высот от старта до финиша $h$ = 107 м. На стартовом горизонтальном участке («полоса разгона») спортсмены разогнали боб до скорости $v_0$ = 6 м/с, с которой пересекли линию старта. В конце спуска по ледяному жёлобу сразу после финиша используется специальное тормозное устройство для гашения скорости боба на горизонтальной поверхности. При этом коэффициент трения на участке торможения увеличивается пропорционально расстоянию $x$ от линии финиша по закону $\mu(x) = \alpha\cdot x$, где $\alpha$ – некоторый постоянный коэффициент.
Определите величину $\alpha$, если тормозной путь боба составил $s$ = 42 м. Примите, что на участке трассы от конца полосы разгона до финиша за счёт сил трения было потеряно $\eta$ = 20% механической энергии боба, а ускорение свободного падения равно $g$ = 10 м/с$^2$.

**Решение.** Работа переменной силы численно равна площади под кривой, описывающей зависимость силы от перемещения ее точки приложения. По условию модуль силы трения, действующей на боб на участке торможения, зависит от координаты боба по закону $|F_{тр}(x)| = \alpha x mg$, где $m$ – масса боба. Поскольку сила трения направлена противоположно перемещения боба, работа этой силы на этапе торможения боба равна $A_{тр} = -\frac{1}{2}\alpha s^2 mg$. По закону изменения механической энергии имеем $\left(\frac{mv_0^2}{2} + mgh\right)(1-\eta/100\%) - \frac{1}{2}\alpha s^2 mg = 0$.

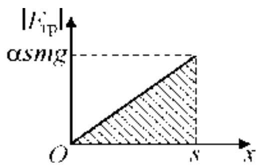


Рис.4

Отсюда находим, что $\alpha = \frac{(v_0^2 + 2gh)(1-\eta/100\%)}{gs^2} \approx 0{,}1$ м$^{-1}$.

**Ответ**: $\alpha = \frac{(v_0^2 + 2gh)(1-\eta/100\%)}{gs^2} \approx 0{,}1$ м$^{-1}$.

5. Какие системы отсчета называются инерциальными? Сформулируйте первый закон Ньютона.

**Задача.** На плоскость, образующую с горизонтом угол $\alpha = 30°$, положили брусок массой $M = 8$ кг и привязанный к нему лёгкой нерастяжимой нитью брусок массой $m = 4$ кг. При этом тяжёлый брусок расположили ниже лёгкого так, что нить оказалась слегка натянутой и расположенной в вертикальной плоскости, проходящей через центры масс брусков перпендикулярно линии пересечения наклонной плоскости и горизонтальной поверхности. После этого бруски одновременно отпустили без начальной скорости. Определите модули ускорений брусков, если коэффициент трения о плоскость бруска массой $M$ равен $\mu_1 = 0{,}2$, а бруска массой $m$ – равен $\mu_2 = 0{,}5$. Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с$^2$.

**Решение.** На бруски действуют силы, модули и направления которых изображены на рис.5, где $Mg$ и $mg$ – модули сил тяжести, $N_1$ и $N_2$ – модули нормальных составляющих сил реакции наклонной плоскости, $F_{тр1}$ и $F_{тр2}$ – модули сил трения, $T_1$ и $T_2$ – модули сил натяжения нити. Поскольку по условию $\mu_1 < \mu_2 < \mathrm{tg}\,\alpha \approx 0{,}6$, то в отсутствии нити оба бруска после того, как их отпустили, начали бы поступательно скользить вниз. По второму закону Ньютона для этого случая имеем следующие равенства:

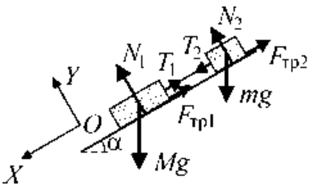

Рис.5

в проекции на ось $OX$: $Ma_1 = Mg\sin\alpha - \mu_1 N_1$, $ma_2 = mg\sin\alpha - \mu_2 N_2$,
в проекции на ось $OY$: $N_1 - Mg\cos\alpha = 0$, $N_2 - mg\cos\alpha = 0$. Из этих уравнений находим модули ускорений брусков в отсутствии нити: $a_1 = g(\sin\alpha - \mu_1\cos\alpha)$, $a_2 = g(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha)$. Поскольку $\mu_1 < \mu_2$, модуль ускорения нижнего бруска $a_1$ оказался бы больше, чем модуль ускорения верхнего бруска $a_2$. Поэтому после отпускания брусков нить будет всё время натянута, и ускорения брусков в силу нерастяжимости нити будут одинаковыми ($a_1 = a_2 = a$). Из невесомости нити следует, что $T_1 = T_2 = T$. Поэтому уравнения движения брусков, связанных нитью, в проекции на ось $OX$ имеют вид: $Ma = Mg\sin\alpha - \mu_1 Mg\cos\alpha - T$,

$ma = mg\sin\alpha - \mu_2 mg\cos\alpha + T$. Исключая из этих уравнений $T$, находим, что $a = g\left(\sin\alpha - \dfrac{\mu_1 M + \mu_2 m}{M+m}\cos\alpha\right)$.

**Ответ:** $a = g\left(\sin\alpha - \dfrac{\mu_1 M + \mu_2 m}{M+m}\cos\alpha\right) \approx 2{,}4$ м/с$^2$.

**6.** Дайте определение скорости материальной точки. Сформулируйте закон сложения скоростей.

**Задача.** На достаточно большой высоте над землей на гладкой горизонтальной подставке покоятся два тела малых размеров с массами $m_1 = 50$ г и $m_2 = 100$ г (рис.6). Между телами расположена сжатая легкая пружина, связанная нитью. Известно, что энергия упругой деформации пружины равна $E_п = 67{,}5$ Дж. После пережигания нити пружина полностью распрямляется, тела разлетаются в разные стороны с горизонтально направленными скоростями и одновременно начинают падать с подставки. Определите, через какое время $\tau$ после начала падения скорости тел будут перпендикулярными друг другу. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

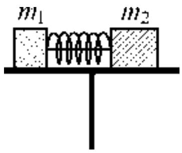

Рис.6

**Решение.** Скорости тел, с которыми они начинают свободное падение, определяются из законов сохранения энергии и импульса, а именно $\dfrac{m_1 v_{10}^2}{2} + \dfrac{m_2 v_{20}^2}{2} = E_п$, $m_1 v_{10} = m_2 v_{20}$. Отсюда $v_{10} = \sqrt{\dfrac{2E_п \cdot m_2}{(m_1+m_2)\cdot m_1}}$; $v_{20} = \sqrt{\dfrac{2E_п \cdot m_1}{(m_1+m_2)\cdot m_2}}$. Спустя время $\tau$ скорости этих тел становятся равными $\vec{v}_1 = \vec{v}_{01} + \vec{g}\tau$, $\vec{v}_2 = \vec{v}_{02} + \vec{g}\tau$ (рис.7). Здесь $\vec{g}$ – ускорение свободного падения. Из равенства углов $\alpha$, указанных на рисунке, следует, что $\dfrac{g\tau}{v_{10}} = \dfrac{v_{20}}{g\tau}$. Отсюда $\tau = \dfrac{\sqrt{v_{10}\cdot v_{20}}}{g}$. После подстановки найденных выше значений начальных скоростей получаем,

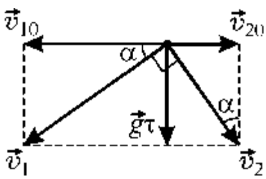

Рис.7

что $\tau = \frac{1}{g}\sqrt{\frac{2E_п}{(m_1 + m_2)}}$.

**Ответ:** $\tau = \frac{1}{g}\sqrt{\frac{2E_п}{(m_1 + m_2)}} = 3$ с.

7. Запишите выражения для потенциальной энергии тела вблизи поверхности Земли и потенциальной энергии упруго деформируемой пружины.

**Задача.** На горизонтальную площадку поставили лёгкую пружину жесткостью $k = 100$ Н/м, скреплённую с пластинами массами $m = 200$ г каждая так, как показано на рис.8. Затем на верхнюю пластину положили груз массой $M$ так, что ось пружины осталась вертикальной. После этого резким ударом в горизонтальном направлении груз сбросили с пластины. Пренебрегая трением груза о пластину, определите массу груза $M$, если в тот момент, когда нижняя пластина перестала давить на стол, модуль скорости верхней пластины стал равным $v = 2$ м/с. Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с$^2$.

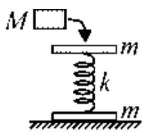

Рис.8

**Решение.** Пусть длина недеформированной пружины равна $L$ (рис.9*а*). Условие равновесия верхней пластины с лежащим на ней грузом (рис.9*б*) имеет вид $(M + m)g = kx_1$. Следовательно, под действием пластины и груза пружина сожмётся на величину $x_1 = \frac{(M+m)g}{k}$. В тот момент, когда нижняя пластина перестает давить на стол (рис.9*в*), выполняется равенство $mg = kx_2$. Следовательно, в этот момент пружина должна быть растянута на величину $x_2 = \frac{mg}{k}$. Согласно закону сохранения механической энергии, справедливо равенство,

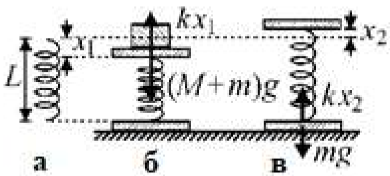

Рис.9

имеющее вид $\frac{kx_1^2}{2} + mg(L - x_1) = \frac{kx_2^2}{2} + mg(L + x_2) + \frac{mv^2}{2}$.

Решая совместно составленные уравнения, получаем, что $M=\sqrt{4m^2+\dfrac{mv^2k}{g^2}}$.

**Ответ:** $M=\sqrt{4m^2+\dfrac{mv^2k}{g^2}}\approx 0{,}98$ кг.

**8.** Дайте определение скорости материальной точки. Сформулируйте закон сложения скоростей.

**Задача.** Под каким углом α к горизонту нужно бросить тело, чтобы прямые, проведенные из точки бросания и точки падения в точку максимального подъема тела, составляли между собой прямой угол? Считайте, что точки бросания и падения находятся на одном горизонтальном уровне, а сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

**Решение.** Поскольку точка максимального подъема тела находится на равных расстояниях от точек бросания и падения тела, для выполнения условия задачи дальность полета тела $l$ должна вдвое превышать высоту максимального подъема тела $h$, т.е. $l=2h$ (см. рис.10).

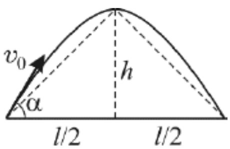

Рис.10

Поскольку дальность полета тела, брошенного со скоростью $v_0$ под углом α к горизонту, $l=2\dfrac{v_0^2}{g}\sin\alpha\cos\alpha$, а максимальная высота подъема тела $h=\dfrac{v_0^2}{2g}\sin^2\alpha$, то $\mathrm{tg}\,\alpha=2$. Отсюда $\alpha=\mathrm{arctg}\,2\approx 63°$.

**Ответ:** $\alpha=\mathrm{arctg}\,2\approx 63°$.

**9.** Дайте определение силы тяжести. Как сила тяжести зависит от высоты над поверхностью Земли?

**Задача.** К потолку комнаты прикреплён конец невесомой нерастяжимой нити длиной $l$ = 4 м. На другом конце нити закреплён маленький шарик. Расстояние от потолка до пола равно $l/2$. Слегка натянув нить, шарик отклонили так, чтобы нить приняла горизонтальное положение, а затем отпустили без толчка. В процессе движения шарик совершал с полом абсолютно упругие соударения. Пренебрегая влиянием воздуха, определите расстояние $x$ между точками первого и третьего соударений шарика с полом. Числовой ответ выразите в метрах, округлив до десятых.

**Решение.** В момент $t=0$ первого удара шарика о пол его скорость $\vec{v}_0$ направлена так, как показано на рис.11, т.е. под углом $\alpha = 30°$ к вертикали (т.к. $\sin\alpha = 1/2$), а её модуль равен $v_0 = \sqrt{gl}$. После первого абсолютно упругого удара о пол скорость шарика станет равной $\vec{v}_1$.

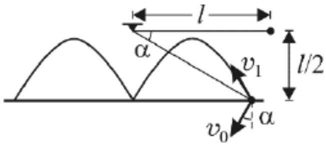

Рис.11

При этом модуль скорости не изменится, её горизонтальная составляющая останется неизменной, а вертикальная – изменит своё направление на противоположное. В результате шарик начнёт двигаться по параболе как тело, брошенное под углом α к вертикали со скоростью $\vec{v}_1$. Второй удар шарика о пол произойдёт в момент времени $t_1 = 2\sqrt{\dfrac{l}{g}}\cos\alpha = \sqrt{\dfrac{3l}{g}}$ на расстоянии $s = \sqrt{gl}\cdot t_1\cdot\sin\alpha = \dfrac{l\sqrt{3}}{2}$ от точки первого удара, т.е. в точке, расположенной прямо под точкой подвеса. Третий удар произойдёт в точке, находящейся на расстоянии $2s$ от точки первого удара. Поэтому искомое расстояние $x = 2s = l\sqrt{3}$. **Ответ:** $x = 2s = l\sqrt{3} \approx 6{,}9$ м.

**10.** Дайте определение кинетической энергии материальной точки и системы материальных точек. Запишите формулу, связывающую изменение кинетической энергии тела и работу приложенных к телу сил.

**Задача.** Шероховатая наклонная плоскость, составляющая с горизонтом угол α, имеет гладкий плавный переход на гладкую горизонтальную поверхность (см. рис.12). Небольшой брусок, соскользнувший по наклонной плоскости с высоты $H$, скользит по горизонтальной поверхности. Навстречу ему движется стальная плита, масса которой намного превышает массу бруска. С какой по модулю скоростью $V$ должна двигаться плита, чтобы после абсолютно упругого

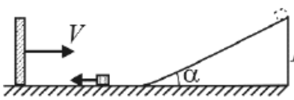

Рис.12

удара об неё брусок поднялся по наклонной плоскости на ту же высоту $H$? Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость равен $\mu$.

**Решение.** Пусть $u$ – модуль скорости движения бруска по горизонтальному участку после соскальзывания с наклонной плоскости. По закону изменения механической энергии бруска имеем $\frac{mu^2}{2} - mgH = A_{\text{тр}}$, где $A_{\text{тр}} = -F_{\text{тр}}s$ – работа силы трения скольжения, $F_{\text{тр}} = \mu mg\cos\alpha$ – модуль силы трения, а $s = \frac{H}{\sin\alpha}$ – перемещение бруска от верхней точки до основания наклонной плоскости. Из записанных выражений следует, что $u = \sqrt{2gH(1-\mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha)}$. Аналогично находим, что модуль минимальной скорости, которую должен иметь брусок, чтобы подняться по наклонной плоскости на высоту $H$, равен $u_1 = \sqrt{2gH(1+\mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha)}$. Учитывая, что после удара о плиту направление скорости бруска изменится на противоположное, а ее модуль станет равным $u_1 = u + 2V$, приходим к равенству $\sqrt{2gH(1+\mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha)} = \sqrt{2gH(1-\mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha)} + 2V$.

**Ответ:** $V = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2gH(1+\mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha)} - \sqrt{2gH(1-\mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha)}\right)$.

**11.** Сформулируйте второй и третий законы Ньютона.

**Задача.** На гранях закрепленной призмы находятся два груза массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг, соединенные друг с другом и неподвижной опорой невесомыми и нерастяжимыми нитями через систему невесомых блоков (см. рис.13). Правая грань призмы гладкая, левая − шероховатая с коэффициентом трения $\mu = 0{,}6$. Определите модуль ускорения левого груза $a_1$. Углы при основании призмы $\alpha = 60º$, $\beta = 30º$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с$^2$.

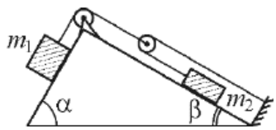


Рис.13

**Решение.** Тела движутся под действием сил, изображенных на рис.14,

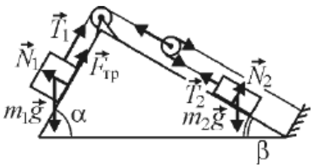


Рис.14

где $m_{1,2}\vec{g}$ – силы тяжести, $\vec{N}_{1,2}$ – нормальные составляющие сил реакции призмы, $\vec{T}_{1,2}$ – силы натяжения нитей, $\vec{F}_{тр}$ – сила трения скольжения. По второму закону Ньютона имеем: $m_1a_1 = m_1g\sin\alpha - T_1 - \mu m_1 g\cos\alpha$ (для левого груза), $m_2a_2 = T_2 - m_2g\sin\beta$ (для правого груза). Кроме того, справедливы равенства, вытекающие из условия, что нити нерастяжимы и невесомы, а именно $a_2 = 2a_1$, $T_1 = 2T_2$. Решая записанную систему уравнений, находим, что $a_1 = \dfrac{(m_1\sin\alpha - 2m_2\sin\beta - \mu m_1\cos\alpha)}{m_1 + 4m_2}g$ .

**Ответ:** $a_1 = \dfrac{(m_1\sin\alpha - 2m_2\sin\beta - \mu m_1\cos\alpha)}{m_1 + 4m_2}g \approx 0{,}22$ м/с$^2$.

**12.** Запишите связь между приращением импульса материальной точки и импульсом силы. Сформулируйте закон сохранения импульса.

**Задача.** На горизонтальной поверхности стола лежит доска массой $M = 0{,}5$ кг, а на доске сидит лягушка массой $m = 50$ г. В некоторый момент времени лягушка совершает прыжок, отталкиваясь от доски, и приобретает скорость $v = 1$ м/с, направленную под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Считая, что длительность толчка лягушки о доску равна $\tau = 0{,}1$ с, а сила, действующая на лягушку во время толчка, практически постоянна, определите, при каких значениях коэффициента трения $\mu$ доски о стол, доска в момент толчка будет оставаться неподвижной. Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с$^2$.

**Решение.** Согласно второму закону Ньютона изменение импульса лягушки за время $\tau$ равно импульсу суммы сил, действующих на лягушку, за это же время. Поскольку на лягушку действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции доски $\vec{R}$, то изменение импульса лягушки $m\Delta\vec{v} = (m\vec{g} + \vec{R})\tau$ . Учтем, что до прыжка лягушка покоилась, и разложим силу реакции доски на две составляющие: нормальную к доске $\vec{N}$ и касательную к ней $\vec{F}$. Тогда закон изменения импульса лягушки в проекции на вертикальное и горизонтальное направления принимает вид: $mv\sin\alpha = (N - mg)\tau$, $mv\cos\alpha = F\tau$. По третьему закону Ньютона сила, с которой лягушка действует на доску, равна по модулю и противоположна по направлению силе реакции доски $\vec{R}$. Поскольку по условию доска остается неподвижной, $F = F_{\text{тр}}$, где $F_{\text{тр}}$ − модуль силы трения покоя, удерживающий доску на месте. Сила нормального давления доски на стол в момент прыжка лягушки равна $N_0 = N + Mg$. По закону сухого трения сила трения покоя удовлетворяет неравенству $F_{\text{тр}} \le \mu N_0$. Решая записанную систему, находим, что $\mu \ge \dfrac{mv\cos\alpha}{mv\sin\alpha + (M+m)g\tau}$.

**Ответ:** $\mu \ge \dfrac{mv\cos\alpha}{mv\sin\alpha + (M+m)g\tau} \approx 0{,}06$.

**13.** Дайте определение механической работы. Как связано приращение кинетической энергии тела с работой приложенных к телу сил?

**Задача.** По горизонтальному столу скользит слева направо тонкая однородная линейка длиной $l = 20$ см. Поверхность стола состоит из двух панелей, обработанных с различным качеством. Коэффициент трения между линейкой и левой панелью равен $\mu_1$, а между линейкой и правой панелью − $\mu_2$ (см. рис.15). В тот момент, когда расстояние от правого конца линейки до линии соприкосновения (стыка) панелей равно $l$, модуль скорости линейки $v = 1$ м/с. При каком максимальном значении коэффициента трения $\mu_2 = \mu_{2\max}$ линейка может полностью попасть на правую панель, если коэффициент трения $\mu_1 = 0{,}05$, а вектор скорости линейки направлен перпендикулярно стыку панелей? Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с$^2$.

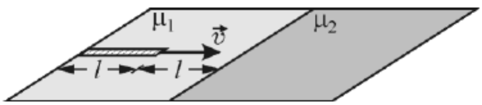

Рис.15

**Решение.** Модуль работы силы трения на всем перемещении линейки можно представить в виде суммы трех слагаемых: $A = A_0 + A_1 + A_2$. Здесь $A_0 = \mu_1 mgl$ − модуль работы силы трения на перемещении линейки по левой панели до стыка с правой панелью ($m$ – масса линейки), $A_1$ − модуль работы силы трения, действующей со стороны левой панели, на перемещении линейки с левой панели на правую панель. Обозначив через $x$ длину той части линейки, которая находится на левой панели, для модуля силы трения, действующей со стороны левой панели, имеем $F_1 = \mu_1 \frac{mg}{l} x$. Заметим, что эта сила изменятся в зависимости $x$ линейно в пределах от $\mu_1 mg$ до нуля. Поэтому модуль работы силы $F_1$ на перемещении $l$ равен $A_1 = \frac{1}{2}\mu_1 mgl$. Аналогично можно найти модуль работы силы трения $F_2$, действующей со стороны правой панели, на том же перемещении: $A_2 = \frac{1}{2}\mu_2 mgl$. При этом мы предполагаем, что линейка остановилась, оказавшись целиком в правой панели. Применив теорему об изменении кинетической энергии, получим равенство $\frac{mv^2}{2} = \mu_1 mgl + \frac{1}{2}\mu_1 mgl + \frac{1}{2}\mu_2 mgl$. Отсюда находим максимальную величину коэффициента трения $\mu_2$, а именно $\mu_{2\max} = \frac{v^2}{gl} - 3\mu_1$.

**Ответ:** $\mu_{2\max} = \frac{v^2}{gl} - 3\mu_1 = 0{,}35$.

**14.** Как определяется импульс системы материальных точек? Сформулируйте закон сохранения импульса.

**Задача.** Снаряд массой $m$ = 16 кг вылетел из пушки под углом $\alpha$ = 30° к горизонту. В верхней точке траектории снаряд разорвался на две части, причем осколки снаряда упали на землю одновременно. Осколок массой $m_1$ = 4 кг упал почти на пушку, а другой осколок упал на землю на расстоянии $S$ = 8 км от пушки. Пренебрегая сопротивлением воздуха и массой взрывчатого вещества в снаряде, найдите кинетическую энергию снаряда $E_к$ в момент вылета из пушки. Ускорение свободного падения примите равным $g$ = 10 м/с$^2$.

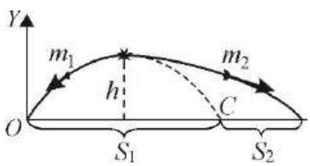


Рис.16

**Решение.** Траектория снаряда до разрыва и траектории осколков после разрыва изображены на рис.16. Если бы снаряд не разорвался, то дальность его полета была бы равна $S_1 = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$. (см. штриховую линию на рис.16). Здесь $v_0$ – начальная скорость снаряда. Поскольку осколки упали на землю одновременно, после разрыва снаряда их скорости были направлены горизонтально. Их центр масс, двигаясь по воображаемой траектории неразорвавшегося снаряда, упал бы в точке $C$ на расстоянии $S_1$ от пушки. Обозначим через $S_2$ расстояние от точки падения центра масс до точки падения второго осколка. В соответствии с определением центра масс, $\frac{S_1}{S_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{m - m_1}{m_1} = 3$. Следовательно, $S = S_1 + S_2 = \frac{4v_0^2 \sin 2\alpha}{3g}$, откуда получаем, что $v_0^2 = \frac{3gS}{4\sin 2\alpha}$. Начальная кинетическая энергия снаряда равна $E_к = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{3}{8}\frac{mgS}{\sin 2\alpha}$.

**Ответ:** $E_к = \frac{3}{8}\frac{mgS}{\sin 2\alpha} \approx 0{,}55$ МДж

**15.** Сформулируйте закон Архимеда. Каковы условия плавания тел?

**Задача.** В маленьком бассейне с вертикальными стенками плавает игрушечный плот, на котором лежат одинаковые игрушки. На стенке бассейна нанесена шкала для измерения высоты уровня воды. Когда ребенок перенёс с плота на бортик бассейна одну игрушку, высота уровня воды изменилась на $\Delta h_1 = 6$ см. Он хотел перенести туда же и вторую игрушку, но уронил ее, и игрушка упала на дно. Высота уровня воды после этого изменилась еще на $\Delta h_2 = 1$ см. Во сколько раз $n$ плотность материала игрушки больше, чем плотность воды?

**Решение.** Когда одна игрушка массой $m$ оказалась на бортике, масса плота с игрушками стала меньше на величину $m$, и уровень воды понизился на $\Delta h_1 = \frac{m}{\rho_0 S}$, где $\rho_0$ – плотность воды, $S$ – площадь дна бассейна. Когда вторую игрушку сняли с плота, уровень воды понизился еще на $\frac{m}{\rho_0 S}$, а когда после этого игрушка упала в воду, уровень воды поднялся на $\dfrac{m}{\rho S}$, где $\rho$ − плотность материала игрушки. Таким образом, $\Delta h_2 = \dfrac{m}{\rho_0 S} - \dfrac{m}{\rho S} = \dfrac{m}{\rho_0 S}\left(1 - \dfrac{\rho_0}{\rho}\right) = \Delta h_1\left(1 - \dfrac{\rho_0}{\rho}\right)$. Отсюда находим, что $\dfrac{\rho}{\rho_0} = \dfrac{1}{1 - \Delta h_2 / \Delta h_1}$.

**Ответ:** $n = \dfrac{1}{1 - \Delta h_2 / \Delta h_1} = 1{,}2$.

**16.** Дайте определение кинетической энергии материальной точки и системы материальных точек. Как связано приращение кинетической энергии тела с работой приложенных к телу сил?

**Задача.** Брусок массой $M = 100$ г, прикрепленный посредством пружины к неподвижной стенке, совершает гармонические колебания на гладком столе с амплитудой $A_0 = 5$ см. В момент прохождения бруском положения равновесия на него падает вертикально кусок пластилина массой $m = 56{,}25$ г и сразу прилипает к бруску. Определите установившуюся амплитуду $A_1$ колебаний бруска с прилипшим к нему пластилином.

**Решение.** Обозначим через $v_0$ скорость бруска при прохождении положения равновесия до прилипания пластилина, а через $v_1$ − скорость бруска сразу после прилипания к нему пластилина. По закону сохранения импульса в момент прилипания пластилина к бруску имеем $Mv_0 = (M+m)v_1$. Следовательно, максимальная скорость бруска с прилипшим пластилином равна $v_1 = \dfrac{M \cdot v_0}{M+m}$. Из закона сохранения энергии следуют уравнения $\dfrac{kA_0^2}{2} = \dfrac{Mv_0^2}{2}$ и $\dfrac{kA_1^2}{2} = \dfrac{(M+m)v_1^2}{2}$, где $k$ − жесткость пружины. Из этих уравнений находим, что $A_1 = A_0\sqrt{\dfrac{M}{M+m}}$.

**Ответ:** $A_1 = A_0\sqrt{\dfrac{M}{M+m}} = 4$ см.

**17.** Сформулируйте законы сухого трения. Дайте определение коэффициента трения.

**Задача.** На гладкой горизонтальной поверхности лежит брус массой $m_1 = 2$ кг и длиной $l = 1$ м (рис.18). Сверху на брус положили однородную доску такой же длины, масса которой $m_2 = 1$ кг. Через время $t_0 = 1$ с после того, как за привязанную к брусу веревку начали тянуть в горизонтальном направлении с силой $F = 8$ *Н*, левый конец доски стал опускаться вниз. Определите коэффициент трения μ между доской и брусом. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с$^2$.

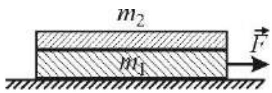


Рис.18

**Решение.** Пусть $a_1$ и $a_2$ − ускорения бруса и доски в неподвижной системе отсчета. Уравнения движения для бруса и доски имеют вид: $m_1a_1 = F - f$, $m_2a_2 = f$, где $f = \mu m_2 g$. Отсюда следует, что $a_2 = \mu g$, $a_1 = \frac{1}{m_1}(F - \mu m_2 g)$. Модуль ускорения доски относительно бруса

$a_{\text{отн}} = a_1 - a_2 = \frac{F}{m_1} - \mu g\left(\frac{m_2}{m_1} + 1\right)$. Доска начнет «свешиваться», когда её центр тяжести достигнет конца бруса, т.е. при $\frac{a_{\text{отн}} t_0^2}{2} = \frac{l}{2}$. В итоге получаем что

$$\mu = \frac{F - (m_1 l / t_0{}^2)}{(m_1 + m_2)g}.$$

**Ответ:** $\mu = \frac{F - (m_1 l / t_0{}^2)}{(m_1 + m_2)g} = 0{,}2$.

**18.** Дайте определения скорости и ускорения материальной точки.

**Задача.** Брус массой $m_1 = 6$ кг лежит на гладкой горизонтальной поверхности (рис.19). Сверху на брус симметрично относительно него положили однородную доску массой $m_2 = 4$ кг. Через время $t_0 = 2$ с после того, как за веревку, привязанную к брусу, начали тянуть в горизонтальном направлении с силой $F = 36$ Н, левый конец доски стал опускаться вниз. Определите длину бруса $l$, если коэффициент трения между доской и брусом $\mu = 0{,}3$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с$^2$.

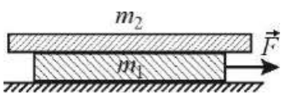


Рис.19

**Решение.** Пусть $a_1$ и $a_2$ − ускорения бруса и доски в неподвижной системе отсчета. Уравнения движения для бруса и доски имеют вид: $m_1 a_1 = F - f$, $m_2 a_2 = f$, где $f = \mu m_2 g$. Отсюда следует, что $a_2 = \mu g$, $a_1 = \frac{1}{m_1}(F - \mu m_2 g)$. Ускорение доски относительно бруса $a_{\text{отн}} = a_1 - a_2 = \frac{F}{m_1} - \mu g\left(\frac{m_2}{m_1} + 1\right)$. Левый конец доски начнет опускаться вниз, когда ее центр тяжести достигнет конца бруса, т.е. при $\frac{a_{\text{отн}} t_0^2}{2} = \frac{l}{2}$. В итоге получаем что $l = \left(F - (m_1 + m_2)\mu g\right)\frac{t_0^2}{m_1}$ .

**Ответ:** $l = \left(F - (m_1 + m_2)\mu g\right)\frac{t_0^2}{m_1} = 4$ м.

**19.** Приведите формулы для зависимости от времени координаты и скорости материальной точки, совершающей прямолинейное равнопеременное движение.

**Задача.** По гладкому горизонтальному льду замёрзшего озера скользит доска массой $M = 20$ кг со скоростью, модуль которой равен $v_0 = 2$ м/с. Скорость доски параллельна её длинной стороне. В некоторый момент времени стоящий на льду человек аккуратно опустил на эту доску брусок массой $m = 1$ кг так, чтобы его центр масс оказался на прямой, проходящей через центр масс доски параллельно её длинной стороне. Определите коэффициент трения $\mu$ бруска о доску, если брусок перестал скользить по доске, переместившись относительно нее на расстояние $l = 95$ см. Считайте, что модуль ускорения свободного падения $g = 10$ м/с$^2$. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

**Решение.** Поскольку силы сухого трения скольжения, действующие на доску и брусок по модулю равны $\mu m g$, то относительно человека брусок начинает двигаться с ускорением $a_1 = \mu g$ в направлении движения доски, а доска начинает тормозить с ускорением $a_2 = \frac{m}{M}\mu g$, направленным противоположно ее движению. Брусок и доска после соприкосновения будут двигаться поступательно прямолинейно со скоростями $v_1 = a_1 t$ и $v_2 = v_0 - a_2 t$. Скольжение бруска по доске прекратится, когда скорости этих тел относительно льда станут равными, т.е. выполнится условие $a_1 t_0 = v_0 - a_2 t_0$. Отсюда $t_0 = \dfrac{M v_0}{\mu g(m+M)}$. Поскольку за это время брусок переместится относительно льда на расстояние $x = \dfrac{\mu g t_0^2}{2}$, а доска сместится на расстояние $X = v_0 t_0 - \dfrac{\mu m g t_0^2}{2M}$, то $l = X - x = \left(v_0 - \mu g t_0 \dfrac{(m+M)}{2M}\right) t_0$. Подставляя сюда найденное выше выражение для $t_0$, получаем, что $l = \dfrac{M v_0^2}{2\mu g(m+M)}$. Отсюда $\mu = \dfrac{M v_0^2}{2gl(m+M)}$.

**Ответ:** $\mu = \dfrac{M v_0^2}{2gl(m+M)} \approx 0{,}20$.

**20.** Дайте определение момента силы относительно оси вращения. Сформулируйте правило моментов.

**Задача.** Тонкая однородная пластина *П* опирается одним ребром на гладкую горизонтальную поверхность, а другим – на шероховатую наклонную плоскость, образующую с горизонтом угол $\alpha$ = 45° (см. рис.20). Модуль действующей на пластину силы тяжести $P$ = 10 Н. К середине верхнего ребра пластины прикреплена гладкая невесомая нить, переброшенная через блок. На другом конце нити подвешен груз $Q$. Отрезок нити между пластиной *П* и блоком параллелен наклонной плоскости, а между грузом $Q$ и блоком – вертикален. Определите вес груза $Q$, при котором рассмотренная система будет находиться в равновесии, если коэффициент трения пластины о наклонную плоскость равен $\mu$ = 0,2. Числовой ответ округлите до двух значащих цифр.

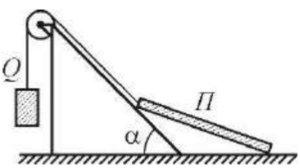

Рис.20

**Решение.** Пусть ось $OX$ инерциальной системы отсчета направлена вдоль наклонной плоскости, а ось $OY$ – перпендикулярно ей (см. рис.21). Поскольку нить невесомая и гладкая, а груз $Q$ покоится, то условие отсутствия ускорения у центра масс пластины можно представить в виде $-Q - F_{\text{тр}} - R_2 \sin\alpha + P \sin\alpha = 0$, $R_1 + R_2 \cos\alpha - P\cos\alpha = 0$, а отсутствие углового ускорения пластины относительно оси, проходящей через точку $O$, в виде: $R_2 l\cos\beta - P\frac{l}{2}\cos\beta = 0$. Здесь $Q$ – модуль силы, действующей со стороны нити на пластину, $R_1$ и $R_2$ модули нормальных составляющих сил реакции наклонной плоскости и горизонтальной поверхности, $F_{\text{тр}} = \mu R_1$ – модуль силы трения пластины о наклонную плоскость, $l$ – длина пластины. При этом изображенное на рис.21 направление силы трения покоя соответствует минимальному значению $Q$. Решая совместно приведённую систему уравнений, находим, что $Q_{\min} = \frac{P}{2}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. Если же значение силы $Q$ максимально, то направление силы трения будет противоположным показанному на рис.21, а потому проекцию силы трения следует считать положительной. Решение соответствующей этому случаю системы уравнений дает $Q_{\max} = \frac{P}{2}(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.

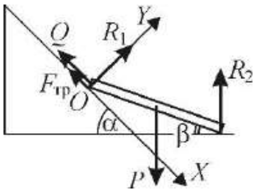

Рис.21

Таким образом, искомая величина удовлетворяет неравенствам $\frac{P}{2}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \le Q \le \frac{P}{2}(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.

**Ответ:** $\frac{P}{2}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \le Q \le \frac{P}{2}(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$, т.е. $2{,}8\ \text{Н} \le Q \le 4{,}2\ \text{Н}$.

**21.** Сформулируйте второй и третий законы Ньютона.

**Задача.** Тонкая однородная дощечка *Д* опирается одним ребром на гладкую горизонтальную поверхность, а другим – на шероховатую наклонную плоскость, образующую с горизонтом угол $\alpha = 45°$ (см. рис.22). Модуль действующей на дощечку силы тяжести $P = 10$ Н. К середине верхнего ребра дощечки прикреплена гладкая невесомая нить, переброшенная через блок. На другом конце нити подвешен груз $Q$. Отрезок нити между дощечкой *Д* и блоком параллелен наклонной плоскости, а между грузом $Q$ и блоком – вертикален. Определите коэффициент трения $\mu$ дощечки о наклонную плоскость, зная, что равновесие системы нарушается, если

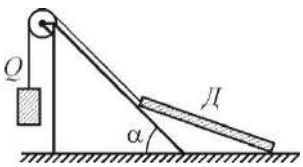

Рис.22

вес груза $Q$ превышает 5 Н. Числовой ответ округлите до двух значащих цифр.

**Решение.** Пусть ось $OX$ инерциальной системы отсчета направлена вдоль наклонной плоскости, а ось $OY$ – перпендикулярно ей (см. рис.23). Поскольку нить невесомая и гладкая, а груз $Q$ покоится, то условие отсутствия ускорения у центра масс дощечки можно представить в виде: $-Q+F_{\text{тр}}-R_2\sin\alpha+P\sin\alpha=0$, $R_1+R_2\cos\alpha-P\cos\alpha=0$, а отсутствие углового ускорения дощечки относительно оси, проходящей через точку $O$, в виде: $R_2 l\cos\beta-P\frac{l}{2}\cos\beta=0$. Здесь $Q$ – модуль силы, действующей со стороны нити на дощечку, $R_1$ и $R_2$ модули нормальных составляющих сил реакции наклонной плоскости и горизонтальной поверхности, $F_{\text{тр}}=\mu R_1$ – модуль силы трения дощечки о наклонную плоскость, $l$ – длина дощечки. При этом изображенное на рис.23 направление силы трения покоя соответствует максимальному значению силы $Q$. Решая совместно приведённую систему уравнений, находим, что $\mu=\frac{2Q-P\sin\alpha}{P\cos\alpha}\approx 0{,}41$.

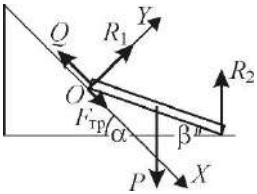

Рис.23

**Ответ:** $\mu=\frac{2Q-P\sin\alpha}{P\cos\alpha}\approx 0{,}41$.

## МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

**1.** Что такое внутренняя энергия термодинамической системы? Какими способами можно изменить внутреннюю энергию?

**Задача.** При расширении одного моля аргона его давление уменьшается так, как показано на $p$–$V$-диаграмме (рис.24). Определите максимальное значение внутренней энергии $U$ газа в процессе $1-2$. Начальные значения объёма и давления газа равны соответственно $V_0$ = 0,1 м$^3$ и $p_0 = 5\cdot 10^4$ Па.

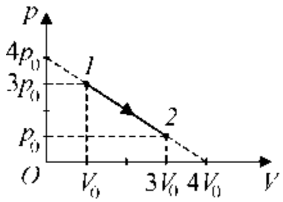


Рис.24

**Решение.** Нетрудно установить, что зависимость давления аргона от объема в процессе $1-2$ описывается линейной функцией $p(V) = 4p_0 - \dfrac{p_0}{V_0}V$. Из уравнения Менделеева-Клапейрона для аргона $pV = \nu RT$ следует, что его абсолютная температура в этом процессе изменяется в зависимости от объема по закону $T(V) = \dfrac{pV}{\nu R} = \dfrac{1}{\nu R}\left(4p_0V - \dfrac{p_0}{V_0}V^2\right)$. Здесь $\nu$ – число молей газа, $R$ – универсальная газовая постоянная. Внутренняя энергия аргона $U = \dfrac{3}{2}\nu RT$, поэтому $U(V) = \dfrac{3}{2}\left(4p_0V - \dfrac{p_0}{V_0}V^2\right)$. График зависимости $U(V)$ – это «перевернутая» парабола, пересекающая ось абсцисс в точках $V = 0$ и $V = 4V_0$ (см. рис.25). Поэтому её максимум достигается при объёме газа, равном $2V_0$. Максимальное значение внутренней энергии равно $U_{max} = \dfrac{3}{2}\cdot 4p_0V_0 = 6p_0V_0 = 3\cdot 10^4$ Дж.

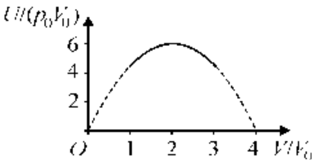


Рис.25

**Ответ:** $U_{max} = 6p_0V_0 = 30$ кДж.

2. Дайте определение идеального газа. Запишите уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева–Клапейрона).

**Задача.** На рисунке 26 представлена $pV$–диаграмма циклического процесса, совершаемого над идеальным газом. На участках $2-3$ и $4-1$ температура газа постоянна. Определите объем $V_3$ этого газа в состоянии $3$, если известно, что $V_1 = 1$ л, $V_2 = 1{,}4$ л и $V_4 = 2V_2$.

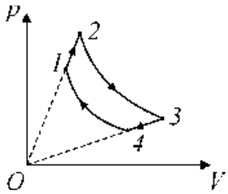

Рис.26

**Решение.** Как следует из приведенной диаграммы, в процессах $1-2$ и $3-4$ давление газа изменяется пропорционально его объему, т.е. $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2}$ и $\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4}$. Для изотермических процессов $2-3$ и $4-1$ имеем $p_2V_2 = p_3V_3$ и $p_4V_4 = p_1V_1$. Объединяя полученные выражения, находим $V_3 = \frac{V_2V_4}{V_1}$. Учитывая, что $V_4 = 2V_2$, получаем ответ: $V_3 = \frac{2V_2^2}{V_1}$ .

**Ответ:** $V_3 = \frac{2V_2^2}{V_1} = 3{,}92$ л.

3. Какой газ называется идеальным? Запишите основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа и объясните смысл входящих в это уравнение величин.

**Задача.** В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под тяжелым поршнем, способным перемещаться без трения, находится идеальный одноатомный газ. Какую работу $A$ совершит газ, если сообщить ему количество теплоты $Q = 100$ Дж? Теплоемкостью сосуда можно пренебречь.

**Решение.** Согласно первому закону термодинамики, $Q = \Delta U + A$, где $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$ – изменение внутренней энергии газа, $\nu$ – количество газа, $R$ – универсальная газовая постоянная, $\Delta T$ – изменение температуры газа. Поскольку процесс, совершаемый над газом, является изобарным, то $Q = \nu C_p \Delta T$, где $C_p = \frac{5}{2}R$ – молярная теплоёмкость одноатомного идеального газа при постоянном давлении. Из записанных выражений следует, что $\Delta U = \frac{3}{5}Q$ и $A = \frac{2}{5}Q$.

**Ответ:** $A = \frac{2}{5}Q = 40$ Дж.

4. Какие виды парообразования вы знаете? Дайте определение удельной теплоты парообразования.

**Задача.** Объём сосуда $V$, содержащего только насыщенный водяной пар при абсолютной температуре $T$, изотермически уменьшили в $n$ = 10 раз. Определите изменение внутренней энергии системы «пар – вода». Удельная теплота парообразования воды равна $r$, молярная масса воды равна $\mu$, давление насыщенных паров воды при температуре $T$ равно $p_н$, универсальная газовая постоянная равна $R$. Считайте, что $300\,\text{К} < \text{T} < 600\,\text{К}$.

**Решение**. При изотермическом сжатии насыщенного водяного пара часть $\Delta m$ его массы конденсируется. Поскольку плотность воды во много раз больше плотности насыщенного пара, объёмом этой воды можно пренебречь и считать, что согласно уравнению Менделеева – Клапейрона, $\Delta m = \frac{p_н V \mu (n-1)}{nRT}$. При этом выделяется количество теплоты $Q = r\Delta m$. При изотермическом сжатии давление пара не изменяется, поэтому совершённая работа равна $A = p_н V\left(1 - \frac{1}{n}\right)$. Согласно первому закону термодинамики искомая величина равна $\Delta U = A - Q$.

**Ответ:** $\Delta U = p_н V\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(1 - \frac{\mu r}{RT}\right) = 0{,}9\, p_н V\left(1 - \frac{\mu r}{RT}\right)$.

5. Какой газ называется идеальным? Запишите основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа и объясните смысл входящих в это уравнение величин.

**Задача.** В вертикально расположенном закрытом цилиндрическом сосуде под подвижным поршнем массой $m = 4$ кг находится один моль идеального одноатомного газа. В пространстве над поршнем создан вакуум. На какую величину $\Delta h$ передвинется поршень при медленной передаче газу количества теплоты $Q = 10$ Дж? Ускорение свободного падения примите равным $g$ = 10 м/с$^2$.

**Решение.** Поскольку расширение газа происходит при постоянном давлении, $Q = \frac{5}{2} R\Delta T$, где $\Delta T$ – изменение температуры газа. Из уравнения изобарного процесса следует, что $R\Delta T = p\Delta V$, где $p = \frac{mg}{S}$ – давление газа, $\Delta V = S\Delta h$ – изменение его объема. Объединяя записанные выражения, получаем, что $\Delta h = \frac{2Q}{5mg} = 0{,}1$ м.

**Ответ.** $\Delta h = \frac{2Q}{5mg} = 0{,}1$ м.

6. Сформулируйте основные положения молекулярно-кинетической теории. Каковы по порядку величины масса и размеры молекул?

**Задача.** Давление $p$ и объем $V$ идеального газа циклически изменяют в соответствии с $pV$-диаграммой, показанной на рис.27. Известно, что работа газа на участке *1 – 2* в $n = 2$ раза больше, чем модуль работы газа на участке *3 – 1*. Определите отношение $k$ максимальной и минимальной абсолютных температур газа в этом цикле.

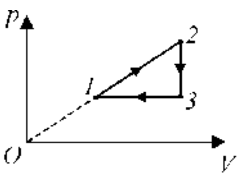

Рис.27

**Решение.** Пусть $p_1$ и $V_1$ – давление и объём газа в точке *1*, а $p_2$ и $V_2$ – давление и объём газа в точке *2* (см. рис.28). Работа газа на участке *1 – 2* равна $A_{12} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)$, а на участке *3 – 1* равна $A_{31} = p_1(V_1 - V_2)$. Поскольку по условию $A_{12} = n|A_{31}|$ и $p \sim V$, то $p_2 = p_1(2n-1)$ и $V_2 = V_1(2n-1)$. Максимальная температура в цикле достигается в точке *2*, а минимальная – в точке *1*. Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона: $T_{\min} = T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}$ и $T_{\max} = T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R}$,

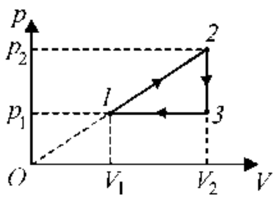

Рис.28

где ν – число молей газа, а $R$ – универсальная газовая постоянная. Следовательно $\frac{T_{max}}{T_{min}} = (2n-1)^2$ .

**Ответ:** $k = (2n-1)^2 = 9$ .

**7.** Дайте определение идеального газа. Запишите основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа.

**Задача.** С одним молем идеального одноатомного газа проводят циклический процесс, $pV$-диаграмма которого представлена на рисунке 29, где $2-3$ – изотермическое расширение. Найдите количество теплоты $Q$, которое выделяется на тех участках процесса, где газ охлаждается. При расчетах примите $p_1 = 10^5$ Па, $p_2 = 2 \cdot 10^5$ Па, $V_1 = 0{,}025$ м$^3$.

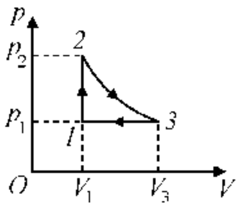

Рис.29

**Решение.** Газ будет охлаждаться при изобарном сжатии на участке цикла $3-1$. По первому закону термодинамики $Q = \Delta U + A$, где $\Delta U = \frac{3}{2}R(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1)$ и $A = p_1(V_3 - V_1)$. Из уравнения Менделеева–Клапейрона следует, что $T_1 = \frac{p_1 V_1}{R}, T_2 = \frac{p_2 V_1}{R}$. Учитывая, что $p_2 V_1 = p_1 V_3$, окончательно получаем, что $Q = \frac{5}{2}V_1(p_2 - p_1)$.

**Ответ:** $Q = \frac{5}{2}V_1(p_2 - p_1) = 6{,}25$ кДж.

**8.** Дайте определение идеального газа. Запишите уравнение состояния идеального газа, указав смысл входящих в это уравнение величин.

**Задача.** С одноатомным идеальным газом проводят процесс, в котором внутренняя энергия газа пропорциональна квадрату объёма, который он занимает. Каково изменение $\Delta U$ внутренней энергии газа в таком процессе, если газу сообщили количество теплоты $Q$ = 20 Дж.

**Решение**. Внутренняя энергия одноатомного идеального газа равна $U=\frac{3}{2}\nu RT$. По условию $U=\alpha V^2$, где $\alpha$ – некоторый постоянный коэффициент. В соответствии с уравнением Менделеева–Клапейрона $\nu RT=pV$, поэтому в данном процессе $p\sim V$. Работу, совершённую газом, можно найти, вычислив площадь под графиком зависимости $p$ от $V$, которая равна $A=\frac{1}{2}(p_1+p_2)(V_2-V_1)=\frac{1}{2}(p_1V_2-p_1V_1+p_2V_2-p_2V_1)$. Поскольку $p\sim V$, то $p_1V_2=p_2V_1$ и $A=\frac{1}{2}(p_2V_2-p_1V_1)=\frac{1}{2}\nu R\Delta T$. Изменение внутренней энергии $\Delta U=\frac{3}{2}\nu R\Delta T.$ Согласно первому закону термодинамики $Q=\Delta U+A.$ В данном процессе $Q=\Delta U+\frac{\Delta U}{3}=\frac{4}{3}\Delta U$. Отсюда $\Delta U=\frac{3}{4}Q$.

**Ответ:** $\Delta U=\frac{3}{4}Q=15$ Дж.

**9.** Какой пар называют насыщенным? Дайте определение относительной влажности воздуха.

**Задача.** В закрытом сосуде при температуре $t_1$ находится воздух, относительная влажность которого $\varphi_1$. Сосуд охлаждают до температуры $t_2$. При этом часть паров конденсируется и образуется вода массой $m$. Определите объём сосуда, если давление насыщенных паров при начальной температуре равно $p_{н1}$, а при конечной – $p_{н2}$. Универсальная газовая постоянная $R$, молярная масса воды $M$.

**Решение.** Уравнения начального и конечного состояния пара имеют вид: $\varphi_1 p_{н1}V=\frac{m_1}{M}RT_1$ и $p_{н2}V=\frac{m_2}{M}RT_2$, где $m_1$ и $m_2$ – начальная и конечная массы водяного пара, $T_1=t_1+273$, $T_2=t_2+273$. Учитывая, что масса образовавшейся воды $m=m_1-m_2$, из записанных равенств находим $V=\frac{mR}{M\left(\varphi_1 p_{н1}/T_1-p_{н2}/T_2\right)}$.

**Ответ:** $V = \dfrac{mR}{M\left(\dfrac{\varphi_1 p_{н1}}{t_1 + 273} - \dfrac{p_{н2}}{t_2 + 273}\right)}$.

**10.** Как зависят давление и плотность насыщенного пара от температуры? При каких условиях происходит кипение жидкости?

**Задача.** В цилиндре под поршнем находился влажный воздух с относительной влажностью φ = 60%. При изотермическом уменьшении объёма воздуха в $n$ = 3 раза сконденсировалось $m$ = 5 г воды. Определите массу пара $m_0$, первоначально содержавшегося в цилиндре. Числовой ответ приведите в граммах, округлив до целых.

**Решение.** Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона, до сжатия парциальное давление пара в цилиндре было равно $p_0 = \dfrac{m_0}{MV}RT$, где $R$ – универсальная газовая постоянная, $T$ – абсолютная температура воздуха, $V$ – его объём, $M$ – молярная масса воды. По определению относительной влажности $\varphi = \dfrac{p_0}{p_н}$ *100%, где $p_н$ – давление насыщенного пара. После сжатия пар достиг насыщения, и часть его сконденсировалась. В результате масса пара стала равной $m_0 - m$, а его объём (если пренебречь объёмом сконденсировавшейся воды) – $\dfrac{V}{n}$. Поэтому $p_н = \dfrac{n(m_0 - m)RT}{MV}$. Решая совместно приведённые уравнения, получаем, что $m_0 = \dfrac{n\varphi m}{n\varphi - 1}$.

**Ответ:** $m_0 = \dfrac{n\varphi m}{n\varphi - 1} \approx 11$ г.

**11.** Что такое идеальный газ? Запишите основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа и укажите смысл входящих в это уравнение величин.

**Задача.** Какую работу $A$ надо совершить для сжатия некоторого количества идеального одноатомного газа в $k$ = 3 раза, если внутренняя энергия газа $U$ меняется при этом так, как показано на рис.30?

Участок *1 – 2* – отрезок параболы с вершиной в начале координат. Исходное значение внутренней энергии газа равно $U_1$ = 135 кДж.

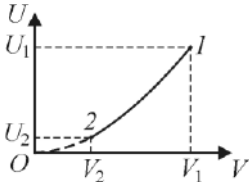


Рис.30

**Решение.** Внутренняя энергия идеального одноатомного газа $U=\frac{3}{2}\nu RT$, т.е. $U \sim T$. Поскольку участок *1 – 2* – отрезок параболы, то и $T \sim V^2$. Из уравнения состояния газа $pV=\nu RT$ следует, что на этом участке $p \sim V$.

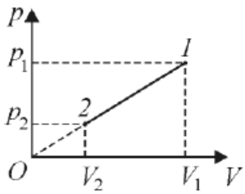


Рис.31

Работу по сжатию газа найдём, вычислив площадь фигуры под графиком $p=p(V)$, т.е. трапеции (рис. 31). Имеем $A=\frac{1}{2}(kp_2+p_2)(kV_2-V_2)=\frac{1}{2}(k^2-1)p_2V_2$. Из сравнения выражений $U_2=\frac{3}{2}\nu RT_2$ и $p_2V_2=\nu RT_2$ следует, что $p_2V_2=\frac{2}{3}U_2$, а значит искомая работа равна $A=\frac{k^2-1}{3}U_2$. Учитывая, что $U_2=\frac{1}{k^2}U_1$, получаем окончательно, что $A=\frac{k^2-1}{3k^2}U_1$.

**Ответ:** $A=\frac{k^2-1}{3k^2}U_1=40$ кДж.

**12.** Какие виды парообразования вы знаете? Дайте определение удельной теплоты парообразования.

**Задача.** В цилиндре под поршнем при температуре $20^\circ$ C находятся воздух, водяные пары и вода. Число молей воздуха равно числу молей пара, а масса воды в три раза больше массы пара. Объём смеси медленно увеличивают при постоянной температуре до тех пор, пока относительная влажность воздуха не уменьшится до 50%. Определите конечное давление влажного воздуха *p*, если давление насыщенного пара при $20^\circ$ C равно $p_{\text{нас}}=2{,}33$ кПа.

**Решение.** Поскольку в начальном состоянии пар в цилиндре является насыщенным, и число молей воздуха равно числу молей пара, то парциальное давление сухого воздуха в этом состоянии равно $p_{\text{возд}\,0} = p_{\text{нас}}$. При медленном расширении смеси в 4 раза вся вода испарится, а пар останется насыщенным, т.е. относительная влажность воздуха сохранится равной 100%. Для того чтобы относительная влажность воздуха уменьшилась до 50%, нужно увеличить объем смеси еще в два раза. Таким образом, конечный объем смеси равен восьми начальным объемам. Следовательно, конечное давление сухого воздуха $p_{\text{возд к}} = \frac{p_{\text{нас}}}{8}$. Искомое давление влажного воздуха $p = p_{\text{возд к}} + p_{\text{пара к}} = \frac{p_{\text{нас}}}{8} + \frac{p_{\text{нас}}}{2} = \frac{5}{8} p_{\text{нас}}$.

**Ответ:** $p = \frac{5}{8} p_{\text{нас}} \approx 1{,}46$ кПа.

**13.** Что такое насыщенный пар? Как зависят давление и плотность насыщенного пара от температуры?

**Задача.** Герметично закрытый сосуд объемом $V = 2$ л находится при температуре $t_1 = 36\,°\text{C}$. При этом половину сосуда занимает вода, а другую половину – насыщенный водяной пар. На какую величину $\Delta N$ увеличится число молекул водяного пара в сосуде при его нагревании до температуры $t_0 = 100\,°\text{C}$? Давление насыщенного водяного пара при температуре $36\,°\text{C}$ составляет $p_{\text{нас}} = 5{,}9$ кПа. Нормальное атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа. Изменением объема воды за счет изменения ее плотности и частичного испарения можно пренебречь. Постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

**Решение.** Состояние водяного пара описывается уравнением $p = nkT$, где $p$ – давление пара, $n = 2N/V$ – концентрация молекул пара, $N$ – число молекул пара, $T$ – его абсолютная температура. Отсюда $N = \frac{pV}{2kT}$. Таким образом, начальное число молекул пара $N_{\text{нач}} = \frac{p_{\text{нас}} V}{2kT_1}$, где $T_1 = 273 + t_1 = 309\,\text{K}$. Учтем, что при температуре $T_0 = 273 + t_0 = 373\,\text{K}$ давление насыщенного водяного пара совпадает с нормальным атмосферным давлением $p_0$. Число молекул пара при равно $N_{\text{кон}} = \dfrac{p_0 V}{2kT_0}$.

Следовательно, $\Delta N = N_{\text{кон}} - N_{\text{нач}} = \dfrac{p_0 V}{2kT_0}\left(1 - \dfrac{p_{\text{нас}}}{p_0}\cdot\dfrac{T_0}{T_1}\right)$.

**Ответ:** $\Delta N = \dfrac{p_0 V}{2k(t_0+273)}\left(1 - \dfrac{p_{\text{нас}}}{p_0}\cdot\dfrac{t_0+273}{t_1+273}\right) \approx 1{,}8\cdot 10^{22}$.

**14.** Сформулируйте основные положения молекулярно-кинетической теории. Каковы по порядку величины масса и размеры молекул?

**Задача.** U-образную трубку постоянного сечения расположили вертикально, частично заполнили ртутью и отметили уровень ртути на ее стенках. Затем левое колено трубки герметично закрыли, а в открытое правое колено трубки долили некоторое количество ртути, в результате чего поверхность ртути в коленах сместилась от первоначального положения. Определите атмосферное давление $p_0$, если отношение смещений уровней ртути в правом и левом коленах от первоначального положения равно $n = 4$, а высота воздушного столба в левом колене $L = 25$ см. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба. Температуру воздуха считайте постоянной.

**Решение.** Обозначим через $H$ высоту слоя ртути, которую налили в правое колено, а через $h$ – смещение ртути в левом колене от исходного уровня. Тогда изменение уровня ртути в правом колене будет $H - h$, а давление воздуха в левом колене $p = p_0 + \rho g(H - 2h)$, где $\rho$ – плотность ртути, $g$ – ускорение свободного падения. По закону Бойля-Мариотта $pLS = p_0(L+h)S,$ где $S$ – площадь сечения трубки. Из этих уравнений находим, что $p_0 = \dfrac{\rho g(H-2h)L}{h}$. Учитывая, что по условию $\dfrac{H-h}{h} = n$, получаем окончательно, что $p_0 = \rho g L(n-1)$.

**Ответ:** $p_0 = \rho g L(n-1) = 750$ мм рт. ст.

**15.** Сформулируйте первый закон термодинамики. Запишите формулы для теплоемкости идеального одноатомного газа в изохорном и изобарном процессах.

**Задача.** Над идеальным газом проводится циклический процесс, состоящий из двух участков *1 – 2, 3 – 4*, на которых давление пропорционально объему, и двух адиабат *2 – 3, 4 – 1* (рис.32). Известно, что изменение температуры газа на участке *1 – 2* равно $\Delta T_1 = 20$ К, а модуль изменения температуры на участке *3 – 4* равен $\Delta T_2 = 15$ К. Найдите коэффициент полезного действия цикла $\eta$.

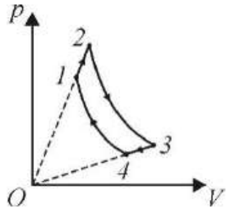

Рис.32

**Решение.** Газ получает теплоту от нагревателя на участке *1 – 2* и отдает теплоту холодильнику на участке *3 – 4*. КПД цикла по определению равен $\eta = \dfrac{A}{Q_{12}}$, где $A$ – работа, совершаемая газом за цикл. Поскольку изменение внутренней энергии газа в циклическом процессе равно нулю, из первого закона термодинамики следует, что работа газа равна алгебраической сумме количеств теплоты, которыми газ обменивается с окржающими телами. Таким образом, $A = Q_{12} - |Q_{34}|$. Кроме того, $Q_{12} = C(T_2 - T_1) = C\Delta T_1$, $Q_{34} = C(T_4 - T_3) = -C\Delta T_2$, где $C$ – теплоемкость газа в процессе, в котором давление пропорционально объему. Предлагаем читателям самостоятельно убедиться в том, что теплоемкость $\nu$ молей одноатомного идеального газа в таком процессе равна $C = 2\nu R$, где $R$ – универсальная газовая постоянная.

**Ответ:** $\eta = \left(1 - \dfrac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right) \cdot 100\% = 25\%$.

**16.** Какие виды парообразования вы знаете? Дайте определение удельной теплоты парообразования.

**Задача.** Горизонтально расположенный цилиндр, герметично закрытый с обоих торцов, разделён поршнем на две равные части, длина каждой из которых равна $l = 30$ см. В каждой части цилиндра находится вода и её пар при температуре $t = 100$ ºС. При этом масса воды в каждой из частей в 5 раз меньше массы пара. Площадь поперечного сечения поршня равна $S = 20$ см$^2$, а его масса $M = 200$ г. На какое расстояние $h$ сместится поршень через достаточно большой промежуток времени, если цилиндр поставить вертикально, а температуру содержимого цилиндра поддерживать постоянной? Трение между поршнем и стенками цилиндра считайте пренебрежимо малым, модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с$^2$, а нормальное атмосферное давление – $p_0 = 10^5$ Па. Ответ приведите в миллиметрах, округлив до целых.

**Решение.** В горизонтально расположенном цилиндре пар является насыщенным и его давление равно $p_0$. Когда цилиндр ставят вертикально, поршень начинает опускаться, пар в нижней части цилиндра конденсируется, а вода в верхней части испаряется. Если в нижней части цилиндра не весь пар сконденсировался, а в верхней части цилиндра вся вода испарилась, то при равновесии поршня давление ненасыщенного пара в верхней части цилиндра уменьшилось до величины $p_1 = p_0 - \frac{Mg}{S}$. Если число молей пара в каждой из частей горизонтально расположенного цилиндра обозначить через $\nu$, то число молей воды в этих частях по условию будет равно $\nu/5$. Поэтому согласно уравнению Менделеева–Клапейрона давление в горизонтально расположенном цилиндре должно удовлетворять соотношению $p_0 Sl = \nu RT$, а в верхней части вертикального цилиндра установившееся давление $p_1$ будет удовлетворять соотношению $p_1 S(l+h) = 1{,}2\nu RT$. Из записанных соотношений находим, что $h = \frac{p_0 S/5 + Mg}{p_0 S - Mg} \cdot l$.

**Ответ:** $h = \frac{p_0 S/5 + Mg}{p_0 S - Mg} \cdot l \approx 64$ мм.

**17.** Какие виды парообразования вы знаете? Дайте определение удельной теплоты парообразования.

**Задача.** В закрытом с обоих торцов цилиндре при температуре 100 °С находятся пары воды и гелий, отделённые друг от друга гладким тяжёлым поршнем. Когда ось цилиндра была горизонтальной, объёмы пара и гелия были равны друг другу, а давление водяного пара было в $n = 3$ раза меньше давления насыщенного пара воды при 100 °С. После того, как цилиндр поставили вертикально, через достаточно большой промежуток времени половина пара сконденсировалась. Определите установившееся давление $p$ гелия в вертикально расположенном цилиндре, если температура в обеих частях цилиндра всё время поддерживалась неизменной. Нормальное атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

**Решение.** Пусть $p_н = p_0$ = $10^5$ Па – давление насыщенного пара воды при 100 °С, $V$ – объёмы пара и гелия в исходном состоянии, $\nu_п$ – число молей пара, а $\nu_г$ – число молей гелия. Поскольку давления и объемы пара и гелия в исходном состоянии равны друг другу, то $\nu_г = \nu_п = \dfrac{p_0 V}{nRT}$. Здесь $T = 373$ К. Так как в вертикально стоящем цилиндре часть пара сконденсировалась при неизменной температуре, то гелий должен находиться в верхней части цилиндра, а давление в нижней части цилиндра должно стать равным $p_0$. Поскольку плотность пара во много раз меньше плотности воды при 100 °С, то объёмом сконденсировавшейся воды можно пренебречь, а потому занятый гелием объём можно считать равным $V_1 = 2V - \dfrac{V}{2n} = \dfrac{(4n-1)V}{2n}$. Поэтому согласно уравнению Менделеева – Клапейрона искомое давление гелия равно $p = \dfrac{\nu_г RT}{V_1} = \dfrac{2p_0}{4n-1}$.

**Ответ:** $p = \dfrac{2p_0}{4n-1} = \dfrac{2}{11}p_0 \approx 18{,}2$ кПа.

**18.** Дайте определение идеального газа. Запишите уравнение состояния идеального газа, указав смысл входящих в это уравнение величин.

**Задача.** Над одноатомным идеальным газом совершают процесс, в котором давление газа линейно уменьшается с ростом его объема. При этом отношение конечного объема газа к начальному $\dfrac{V_2}{V_1} = m = 4$, а отношение конечного давления к начальному $\dfrac{p_2}{p_1} = n = \dfrac{1}{2}$. Найдите, во сколько раз $k$ количество теплоты, полученное газом в этом процессе, больше изменения его внутренней энергии.

**Решение.** Работа, совершенная газом в рассматриваемом процессе, $A = \dfrac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)$, изменение внутренней энергии газа $\Delta U = \dfrac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$. Согласно первому закону термодинамики $\Delta Q =$

$\frac{1}{2}(p_1+p_2)(V_2-V_1)+\frac{3}{2}(p_2V_2-p_1V_1)$. Искомое отношение равно

$$k=\frac{4p_2V_2-4p_1V_1+p_1V_2-p_2V_1}{3(p_2V_2-p_1V_1)}=\frac{4\frac{p_2}{p_1}\cdot\frac{V_2}{V_1}-4+\frac{V_2}{V_1}-\frac{p_2}{p_1}}{3\left(\frac{p_2}{p_1}\cdot\frac{V_2}{V_1}-1\right)}=\frac{4mn-4+m-n}{3(mn-1)}.$$

**Ответ:** $k=\frac{4nm-4+m-n}{3(mn-1)}=\frac{5}{2}$.

**19.** Дайте определение коэффициента полезного действия (КПД) теплового двигателя. Чему равно максимально возможное значение КПД теплового двигателя?

**Задача.** Идеальный одноатомный газ совершает в тепловом двигателе цикл *1–2–3–1*, в котором давление $p$ газа изменяется с изменением его плотности ρ так, как показано на рис.33, причём график процесса *2–3* представляет собой участок гиперболы, описываемой уравнением $p=b+\frac{k}{\rho}$. Определите КПД цикла η. Ответ приведите в процентах, округлив до одного знака после запятой.

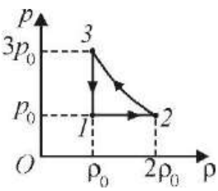

Рис.33

**Решение.** Согласно условию, на участке *2–3* зависимость давления газа от его плотности описывается законом вида $p=b+\frac{k}{\rho}$. Из системы уравнений $p_0=b+\frac{k}{2\rho_0}$, $3p_0=b+\frac{k}{\rho_0}$ находим, что $b=-p_0$, $k=4p_0\rho_0$ и $p=p_0\left(-1+4\frac{\rho_0}{\rho}\right)$, или $p=p_0\left(-1+4\frac{V}{V_0}\right)$, где $V_0$ – объем газа в состояниях *1* и *3*. Таким образом, *pV*-диаграмма цикла имеет вид, изображенный на рис34. . Работа газа за один цикл $A=\frac{1}{2}2p_0V_0\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{p_0V_0}{2}$. Газ получает теплоту на участке *2–3*, а отдает теплоту на участках *3–1* и *1–2*. Следовательно, полученное от нагревателя количество теплоты $Q_н=\frac{3}{2}\nu R(T_3-T_2)+\frac{1}{2}4p_0V_0\left(1-\frac{1}{2}\right)$.

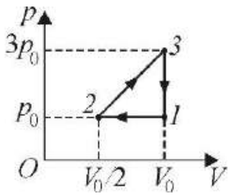

Рис.34

Учитывая, что согласно уравнению Менделеева–Клапейрона, $\nu RT_2 = p_0\dfrac{V_0}{2}$, $\nu RT_3 = 3p_0V_0$, находим, что $Q_н = \dfrac{19p_0V_0}{4}$. КПД цикла равен $\eta = \dfrac{A}{Q_н} = \dfrac{2}{19}$.

**Ответ:** $\eta = \dfrac{2}{19}\cdot 100\% \approx 10{,}5\%$.

**20.** Что такое внутренняя энергия термодинамической системы? Какими способами можно изменить внутреннюю энергию системы?

**Задача.** Идеальный одноатомный газ совершает в тепловом двигателе цикл *1–2–3–1*, в котором давление *p* газа изменяется с изменением его плотности ρ так, как показано на рис.35, причём график процесса *1–2* представляет собой участок гиперболы, описываемой уравнением $p = b + \dfrac{k}{\rho}$. Определите коэффициент полезного действия (КПД) цикла η. Ответ приведите в процентах, округлив до одного знака после запятой.

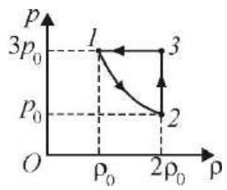

Рис.35

**Решение.** Согласно условию, на участке *1–2* зависимость давления газа от его плотности описывается законом вида $p = b + \dfrac{k}{\rho}$. Из системы уравнений $p_0 = b + \dfrac{k}{2\rho_0}$, $3p_0 = b + \dfrac{k}{\rho_0}$ находим, что $b = -p_0$, $k = 4p_0\rho_0$ и $p = p_0\left(-1 + 4\dfrac{\rho_0}{\rho}\right)$, или $p = p_0\left(-1 + 4\dfrac{V}{V_0}\right)$, где $V_0$ – объем газа в состоянии *1*. Таким образом, *pV*-диаграмма цикла имеет вид, изображенный на рис.36. Работа газа за один цикл $A = \dfrac{1}{2}2p_0V_0\left(1 - \dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{p_0V_0}{2}$. Газ получает теплоту на участках *2–3* и *3–1*, а отдает теплоту на участке *1–2*. Следовательно, полученное от нагревателя количество теплоты $Q_н = \dfrac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) + \dfrac{5}{2}\nu R(T_1 - T_3)$. Учитывая, что согласно уравнению

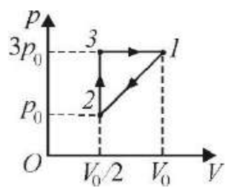

Рис.36

Менделеева–Клапейрона, $\nu RT_1 = 3p_0V_0$, $\nu RT_2 = p_0\dfrac{V_0}{2}$, $\nu RT_3 = 3p_0\dfrac{V_0}{2}$, находим, что $Q_н = \dfrac{21p_0V_0}{4}$. КПД цикла равен $\eta = \dfrac{A}{Q_н} = \dfrac{2}{21}$.

**Ответ:** $\eta = \dfrac{2}{21}\cdot 100\% \approx 9{,}5\%$.

**21.** Сформулируйте первый закон термодинамики. Запишите формулы для теплоемкости идеального одноатомного газа при изохорном и изобарном процессах.

**Задача.** Идеальный одноатомный газ совершает в тепловом двигателе цикл *1–2–3–4–1*, в котором давление $p$ газа изменяется с изменением его плотности $\rho$ так, как показано на рис.37, причём графики процессов *2–3* и *4–1* представляют собой участки гипербол. Определите коэффициент полезного действия (КПД) цикла $\eta$. Ответ приведите в процентах, округлив до одного знака после запятой.

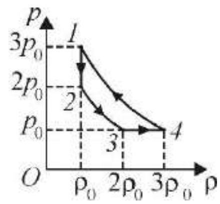

Рис.37

**Решение.** Согласно условию, на участке *2–3* зависимость давления газа от его плотности описывается законом вида $p = \dfrac{k}{\rho}$. Из уравнения $2p_0 = \dfrac{k}{\rho_0}$ находим, что $k = 2p_0\rho_0$ и $p = 2p_0\dfrac{\rho_0}{\rho}$, или $p = 2p_0\dfrac{V}{V_0}$, где $V_0$ – объем газа в состояниях *1* и *2*. Рассуждая аналогично, находим, что на участке *4–1* давление зависит от объема по закону $p = 3p_0\dfrac{V}{V_0}$.

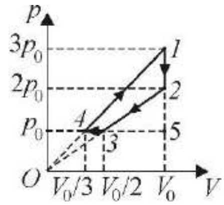

Рис.38

Таким образом, $pV$-диаграмма цикла имеет вид, изображенный на рис.38.

Работу газа за один цикл, численно равную площади $S_{1234}$ фигуры *1–2–3–4*, удобно рассчитать по формуле

$$A = S_{154} - S_{253} = \frac{1}{2}2p_0\left(1-\frac{1}{3}\right)V_0 - \frac{1}{2}p_0\left(1-\frac{1}{2}\right)V_0 = \frac{5p_0V_0}{12}.$$

Газ получает теплоту на участке *4–1* и отдает теплоту на участках *1–2*, *2–3* и *3–4*. Следовательно, полученное от нагревателя количество теплоты $Q_н = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_4) + \frac{1}{2}4p_0\left(1 - \frac{1}{3}\right)V_0$. Учитывая, что согласно уравнению Менделеева–Клапейрона $\nu RT_1 = 3p_0V_0$, $\nu RT_4 = p_0\frac{V_0}{3}$, находим, что $Q_н = \frac{16p_0V_0}{3}$. КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q_н} = \frac{5}{64}$.

**Ответ:** $\eta = \frac{5}{64}\cdot 100\% \approx 7{,}8\%$.

# ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

1. Дайте определение магнитного потока. Сформулируйте закон электромагнитной индукции.

**Задача.** Проволочная квадратная рамка массой $m$ падает, оставаясь в вертикальном положении, в неоднородном магнитном поле, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости рамки (см. рис. 39). Через некоторое время скорость рамки перестает изменяться. Определите установившуюся скорость рамки $v_{уст}$, если известно, что индукция магнитного поля нарастает по линейному закону: $B(z) = B_0 + kz$, где $k$ – постоянный коэффициент, а координатная ось $OZ$ направлена вертикально вниз. Сопротивление проволоки, из которой изготовлена рамка, $R$, сторона рамки $b$, ускорение свободного падения $g$.

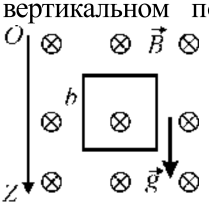

Рис.39

**Решение.** При движении рамки со скоростью $v$ на концах отрезков $AC$ и $DE$ возникают ЭДС индукции, обусловленные действием силы Лоренца на свободные заряды в движущихся проводниках. Направления сил Лоренца в обоих отрезках одинаковы: от $A$ к $C$ и от $D$ к $E$, а величины создаваемых ими ЭДС индукции различны:

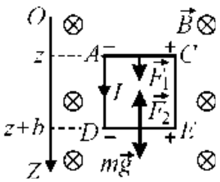

Рис.40

$$\mathcal{E}_{AC} = B(z)vb = [B_0 + kz]vb\,,$$

$$\mathcal{E}_{DE} = B(z+b)vb = [B_0 + k(z+b)]vb\,.$$

Очевидно, что $\mathcal{E}_{DE} > \mathcal{E}_{AC}$, поэтому суммарная работа сил Лоренца положительна при обходе контура против часовой стрелки. В этом же направлении будет течь индукционный ток, сила которого $I = \dfrac{\mathcal{E}_{DE} - \mathcal{E}_{AC}}{R} = \dfrac{kvb^2}{R}$. Результирующая сила Ампера

$$F_{\text{A}} = F_2 - F_1 = I \cdot b \cdot [(B_0 + k \cdot (z+b)] - (B_0 + k \cdot z)] = \frac{k^2 b^4}{R} \cdot v$$

направлена вверх (рис.40). По второму закону Ньютона $ma = mg - F_{\text{A}}$. Движение рамки происходит равномерно с установившейся скоростью $v_{уст}$, если ускорение $a$ равно нулю.
Из последнего равенства получаем ответ.

**Ответ:** $v_{\text{уст}} = \dfrac{mgR}{k^2 b^4}$.

2. Дайте определение напряженности электрического поля. Что такое линии напряженности электрического поля (силовые линии)?

**Задача.** Два шарика массой $m$ каждый подвешены в одной и той же точке на нитях длиной $L$. Шарики соединены друг с другом нитью длиной $l$ и несут одинаковые электрические заряды. Определите величину заряда $q$ каждого из шариков, если известно, что в состоянии равновесия силы натяжения всех трех нитей одинаковы. Нити считайте невесомыми и непроводящими. Электрическая постоянная $\varepsilon_0$, ускорение свободного падения $g$.

**Решение.** Пусть $\alpha$ – угол, который составляют нити длиной $L$ с вертикалью (см. рис.41). Тогда условия равновесия шариков имеют вид $F - T - T\sin\alpha = 0$, $T\cos\alpha - mg = 0$, где $T$ – сила натяжения нити, $g$ – ускорение свободного падения, $F$ – сила кулоновского взаимодействия шариков, определяемая формулой $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q^2}{l^2}$, $\sin\alpha = \dfrac{l}{2L}$,

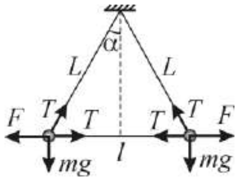

Рис.41

$\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{4L^2 - l^2}}{2L}$. Отсюда $q = 2l\sqrt{\pi\varepsilon_0 mg\dfrac{2L+l}{\sqrt{4L^2 - l^2}}}$.

**Ответ:** $q = 2l\sqrt{\pi\varepsilon_0 mg\dfrac{2L+l}{\sqrt{4L^2 - l^2}}}$.

3. Что такое электродвижущая сила (ЭДС) источника? Сформулируйте условия существования постоянного тока в цепи.

**Задача.** При подключении к источнику поочередно двух сопротивлений нагрузки $R_1 = 4$ Ом и $R_2 = 1$ Ом выделяющаяся в них мощность оказалась одинаковой и равной $N = 9$ Вт. Чему равна ЭДС **Е** источника?

**Решение.** Обозначив через $r$ внутреннее сопротивление источника, запишем мощности, выделяющиеся в нагрузке в первом и во втором случаях, а именно $N_1 = \frac{\mathsf{E}^2}{(R_1+r)^2}R_1$, $N_2 = \frac{\mathsf{E}^2}{(R_2+r)^2}R_2$. По условию $N_1 = N_2$, откуда следует, что $R_1(R_2+r)^2 = R_2(R_1+r)^2$, или $\sqrt{R_1}(R_2+r) = \sqrt{R_2}(R_1+r)$. Из последнего уравнения легко найти внутреннее сопротивление источника: $r = \sqrt{R_1 R_2}$. Следовательно, $N = \frac{\mathsf{E}^2 R_1}{(R_1+\sqrt{R_1R_2})^2} = \frac{\mathsf{E}^2 R_2}{(R_2+\sqrt{R_1R_2})^2}$. Выражая из одного из этих равенств ЭДС источника **E**, получаем, что $\mathsf{E} = \sqrt{N}\left(\sqrt{R_1}+\sqrt{R_2}\right)$.

**Ответ:** $\mathsf{E} = \sqrt{N}\left(\sqrt{R_1}+\sqrt{R_2}\right) = 9$ В.

4. Дайте определение потенциала электростатического поля. Запишите связь между разностью потенциалов и напряженностью электростатического поля.

**Задача.** В схеме, показанной на рис.42 ключ $K$ длительное время был замкнут. В момент времени $t = 0$ ключ размыкают. Определите закон изменения во времени заряда пластины конденсатора, подключенной при замкнутом ключе к положительному полюсу батареи. ЭДС батареи **E**, ее внутреннее сопротивление $r$, емкость конденсатора $C$. Индуктивность катушки $L$, её сопротивление пренебрежимо мало.

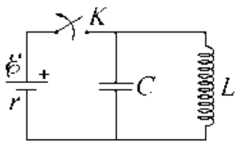

Рис.42

**Решение.** Т.к. ключ был длительное время замкнут, сила тока через катушку установилась равной $I_0 = \frac{\mathsf{E}}{r}$, а конденсатор был полностью разряжен. Поэтому в момент размыкания ключа энергия $LC$–контура была равна $\frac{LI_0^2}{2}$. Пренебрегая потерями в $LC$–контуре, можно утверждать, что после размыкания в контуре будут происходить гармонические колебания с частотой $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. При этом амплитуда $q_0$ колебаний заряда конденсатора определяется из равенства $\frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2}$.

Учитывая, что сразу после размыкания направление тока через катушку не изменяется, получаем искомую зависимость: $q(t) = -q_0 \sin \omega t$ .

**Ответ:** $q(t) = -\dfrac{\mathsf{E}\sqrt{LC}}{r} \sin \dfrac{t}{\sqrt{LC}}$ .

**5.** Что такое элементарный электрический заряд? Сформулируйте закон сохранения электрического заряда.

**Задача.** В вершинах правильного шестиугольника расположены шесть одинаковых маленьких шариков, имеющих заряд $q$ каждый. Какой точечный заряд $Q$ нужно поместить в центр шестиугольника, чтобы вся система заряженных тел находилась в равновесии?

**Решение.** В положении равновесия сумма сил, действующих на каждый заряд системы, равна нулю. Обозначим через $a$ длину стороны шестиугольника и рассмотрим заряд, расположенный в точке $A$ (см. рис.43). Расстояния от этого заряда до остальных зарядов системы таковы: $AO = a$, $AB = AF = a$, $AC = AE = l = a\sqrt{3}$, $AD = 2a$. Согласно закону Кулона и принципу суперпозиции, модуль силы, действующей на заряд $q$, находящийся в точке $A$, равен

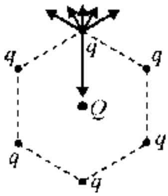

Рис.43

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(2\frac{q^2}{a^2}\cos 60° + 2\frac{q^2}{l^2}\cos 30° + \frac{q^2}{4a^2} + \frac{qQ}{a^2}\right) = 0 .$$

**Ответ:** $Q = -\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}} + \dfrac{5}{4}\right)q \approx -1{,}8q.$

**6.** Дайте определение потенциала электростатического поля. Как связана разность потенциалов с напряженностью однородного электростатического поля?

**Задача.** Схема, изображенная на рисунке 44, состоит из четырех конденсаторов, источника постоянного напряжения и ключа $K$. Найдите отношение $n$ электростатической энергии, запасенной в конденсаторах после замыкания ключа $K$, к энергии, запасенной в конденсаторах до замыкания ключа, если $C_2 = 2C_1$.

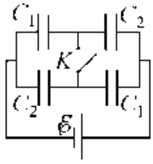

Рис.44

**Решение.** На рис. 45*а* и 45*б* изображены эквивалентные схемы цепи: до замыкания ключа – рис.45*а*, после замыкания ключа – рис.45*б*. До замыкания ключа имеем параллельное соединение конденсаторов

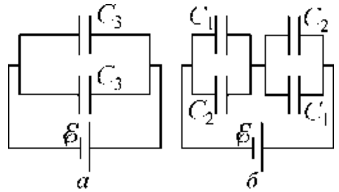

Рис.45

одинаковых электроёмкостей $C_3 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2}{3} C_1$. Полная электроёмкость системы до замыкания ключа $C' = \frac{4}{3} C_1$. После замыкания имеем последовательное соединение двух конденсаторов с электроёмкостью $C_4 = C_1 + C_2 = 3 \cdot C_1$. Полная электроёмкость системы после замыкания ключа $C'' = \frac{C_4}{2} = \frac{3}{2} C_1$. Отношение энергий заряженных батарей конденсаторов $n = \frac{W''}{W'} = \frac{9}{8}$.

**Ответ:** $n = \frac{9}{8}$.

7. Дайте определение электрического сопротивления проводника. Чему равно сопротивление последовательно и параллельно соединенных проводников?

**Задача.** Квадратная рамка *ACDE* из тонкого медного провода помещена в сильное однородное магнитное поле, индукция которого $\vec{B}$ перпендикулярна плоскости рамки. В точках *A* и *C* к рамке подключён источник постоянного тока с ЭДС **E** (см. рис.46). Во сколько раз *n* изменится модуль силы Ампера, действующей на рамку, если подключить её к этому же источнику в точках *A* и *D*? Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением подводящих проводов можно пренебречь. Силу Ампера, действующую на источник и подводящие провода, не учитывайте.

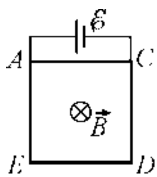

Рис.46

**Решение.** В первом случае сумма сил Ампера, действующих на стороны *AE* и *CD* равна нулю. Силы Ампера, действующие на стороны *AC* и *ED,* сонаправлены. Пусть сопротивление каждой стороны рамки равно *R*, а её длина *l*. Тогда сила тока в участке *AEDC* равна $I_1 = \frac{\mathbf{E}}{3R}$, а в участке *AC*

– равна $I_2 = \frac{\mathsf{E}}{R}$. Поэтому сумма сил Ампера в первом случае равна $F_1 = I_1 Bl + I_2 Bl = \frac{4\mathsf{E}Bl}{3R}$. Во втором случае токи через участки $ACD$ и $AED$ одинаковы и равны $I = \frac{\mathsf{E}}{2R}$, а силы Ампера, действующие на противоположные стороны рамки складываются. Сумма сил Ампера в этом случае равна $F_2 = \sqrt{(2F_{AE})^2 + (2F_{ED})^2} = 2F_{ED}\sqrt{2} = 2IBL\sqrt{2} =$ $= \frac{\mathsf{E}Bl}{R}\sqrt{2}$. Следовательно, $\frac{F_2}{F_1} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$.

**Ответ:** $n = \frac{3\sqrt{2}}{4} \approx 1{,}06$.

8. Что такое электродвижущая сила (ЭДС) источника? Сформулируйте условия существования постоянного тока в цепи.

**Задача.** Нагревательный элемент, подключенный к аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом, развивает мощность $N_1 = 50$ Вт. При подключении нагревательного элемента к двум таким аккумуляторам, соединенным последовательно, выделяемая в нагревателе мощность составила $N_2 = 72$ Вт. Найдите сопротивление $R$ нагревателя.

**Решение.** Мощность, развиваемая нагревательным элементом сопротивлением $R$, подключенным к аккумулятору с ЭДС $\mathsf{E}$ и внутренним сопротивлением $r$, равна $N_1 = \frac{\mathsf{E}^2 R}{(r+R)^2}$. При подключении этого же элемента к двум одинаковым аккумуляторам, соединенным последовательно, значения ЭДС и внутреннего сопротивления удваиваются. В этом случае нагреватель развивает мощность $N_2 = \frac{4\mathsf{E}^2 R}{(2r+R)^2}$. Составим отношение: $\frac{N_2}{N_1} = \frac{4(r+R)^2}{(2r+R)^2}$, или $\sqrt{\frac{N_2}{N_1}} = \frac{2(r+R)}{2r+R}$.

Выражая из последнего соотношения $R$, получаем, что

$$R = 2r\frac{\sqrt{N_2 / N_1} - 1}{2 - \sqrt{N_2 / N_1}}.$$

**Ответ.** $R = 2r\frac{\sqrt{N_2 / N_1} - 1}{2 - \sqrt{N_2 / N_1}} = 1$ Ом.

9. Что такое омическое сопротивление проводника? Запишите формулу для расчёта сопротивления однородной проволоки и укажите смысл входящих в эту формулу величин.

**Задача.** Две одинаковые лампы накаливания мощностью $N_1 = 25$ Вт каждая, рассчитанные на напряжение $U = 10$ В, подключены параллельно к аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом. После того, как одна из ламп перегорела, её заменили лампой мощностью $N_2 = 75$ Вт, рассчитанной на то же напряжение. Пренебрегая зависимостью сопротивления нити накала ламп от температуры, определите отношение $n$ коэффициента полезного действия аккумулятора во втором случае к коэффициенту полезного действия аккумулятора в первом случае.

**Решение.** По условию сопротивление нити накала лампы можно считать постоянным, поэтому оно равно $\frac{U^2}{N}$. В первом случае, когда к аккумулятору подключены параллельно две одинаковые лампы мощностью $N_1$, сопротивление цепи равно $R_1 = \frac{U^2}{2N_1} + r$, а во втором случае, когда к аккумулятору подключены параллельно две разные лампы мощностями $N_1$ и $N_2$, сопротивление цепи равно $R_2 = \frac{U^2}{N_1 + N_2} + r$. КПД $\eta$ любого источника по определению равен отношению мощности $W_н$, выделяющейся на нагрузке, к мощности $W_и$, развиваемой источником, т.е. $\eta = \frac{W_н}{W_и}$. Нетрудно установить, что это отношение мощностей равно отношению сопротивления нагрузки $R_н$ к полному сопротивлению цепи $R_ц = R_н + r$. Таким образом, КПД источника может быть вычислен по формуле $\eta = \dfrac{R_н}{R_н + r}$. Следовательно, искомое отношение КПД равно $n = \dfrac{\eta_2}{\eta_1} = \dfrac{(R_2 - r)R_1}{(R_1 - r)R_2} = \dfrac{U^2 + 2N_1 r}{U^2 + (N_1 + N_2)r}$.

**Ответ:** $n = \dfrac{U^2 + 2N_1 r}{U^2 + (N_1 + N_2)r} = 0{,}75$.

**10.** Запишите закон Ома для полной цепи. Какие соединения источников вы знаете?

**Задача.** Прямолинейный проводник согнут под углом $2\alpha = 60^\circ$ и помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл, направленной перпендикулярной плоскости проводника на нас. Перпендикулярно биссектрисе угла по изогнутому проводнику двигают с постоянной скоростью $v = 1$ м/с проводящую перемычку (см. рис.47). Каковы величина и направление тока $I$, текущего по образовавшемуся контуру, если перемычка начала движение от вершины угла? Сопротивление единицы длины проводника и перемычки $\rho = 1$ Ом/м.

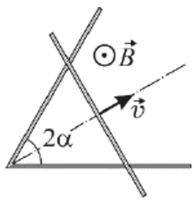

Рис.47

**Решение.** Площадь, ограниченная контуром, образованным неподвижным проводником и движущейся перемычкой, в момент времени $t$ равна $S(t) = \dfrac{1}{2} vt \cdot 2vt\,\mathrm{tg}\,\alpha = v^2 t^2\,\mathrm{tg}\,\alpha$, а в момент времени $t + \Delta t$ равна

$$S(t + \Delta t) = v^2 (t + \Delta t)^2\,\mathrm{tg}\,\alpha = v^2 (t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2)\,\mathrm{tg}\,\alpha \approx v^2 (t^2 + 2t\Delta t)\,\mathrm{tg}\,\alpha.$$

Следовательно, за малое время $\Delta t$ площадь, ограниченная контуром, увеличивается на $\Delta S = S(t + \Delta t) - S(t) = 2v^2 t\,\mathrm{tg}\,\alpha \cdot \Delta t$. По закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре возникает ЭДС индукции, модуль которой $\mathsf{E} = \dfrac{B\Delta S}{\Delta t} = 2v^2 Bt\,\mathrm{tg}\,\alpha$. Сопротивление контура определяется выражением $R = \frac{2vt}{\cos\alpha}(1+\sin\alpha)\rho$. По закону Ома ток, текущий в контуре, $I = \frac{\mathsf{E}}{R} = \frac{Bv\sin\alpha}{(1+\sin\alpha)\rho}$. Используя правило Ленца, находим, что индукционный ток течет по часовой стрелке.

**Ответ:** $I = \frac{Bv\sin\alpha}{(1+\sin\alpha)\rho} \approx 3{,}3$ мА. Ток течет по часовой стрелке.

**11.** Что такое потенциал электростатического поля? Как связана разность потенциалов с напряженностью однородного электростатического поля?

**Задача.** Конденсатор емкостью $C_1 = 10$ мкФ зарядили от источника постоянного напряжения с ЭДС Е. Отключив конденсатор от источника, его соединили с незаряженным конденсатором емкостью $C_2 = 2C_1$. После установления напряжения на конденсаторах их обкладки замкнули проводником с достаточно большим сопротивлением, в котором выделилось количество теплоты $Q = 0{,}3$ Дж. Определите ЭДС источника Е.

**Решение.** После соединения конденсаторов напряжения на них установятся одинаковыми, а их суммарный заряд останется равным первоначальному заряду первого конденсатора, т.е. $U_2 = U_1$, $(C_1 + C_2)U_1 = C_1\mathsf{E}$. Следовательно, $U_1 = \frac{C_1\mathsf{E}}{C_1 + C_2}$. После замыкания конденсаторов проводником с большим сопротивлением они полностью разрядятся, а выделившееся при этом количество теплоты практически будет равно электрической энергии, которой обладали конденсаторы до замыкания, а именно, $Q = \frac{(C_1 + C_2)U_1^2}{2}$. Из написанных соотношений следует, что $\mathsf{E} = \frac{\sqrt{2Q(C_1 + C_2)}}{C_1}$.

**Ответ:** $\mathsf{E} = \frac{\sqrt{2Q(C_1 + C_2)}}{C_1} \approx 424$ В.

**12.** Дайте определение электроемкости. Запишите формулу для электроемкости плоского конденсатора.

**Задача.** В приведенной на рис.48 схеме электроёмкость конденсатора $C = 6$ мкФ, ЭДС источника $\mathcal{E} = 5$ В, а ключ $K$ замкнут. Какое максимальное количество теплоты $Q$ может выделиться на резисторе $2R$ после размыкания ключа? Внутреннее сопротивление источника считайте пренебрежимо малым.

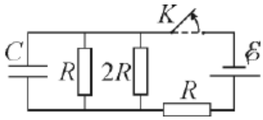

Рис.48

**Решение.** Сопротивление цепи при замкнутом ключе $K$ равно $\frac{5R}{3}$. Поэтому до размыкания ключа сила тока, протекающего через источник, равна $I = \frac{3\mathcal{E}}{5R}$, а напряжение на конденсаторе равно $U = \frac{2}{3}RI = \frac{2\mathcal{E}}{5}$.

Запасённая в конденсаторе энергия $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{2C\mathcal{E}^2}{25}$ выделится в виде теплоты на резисторах $R$ и $2R$ после размыкания ключа в количествах, обратно пропорциональных их сопротивлениям, т.е. на резисторе $2R$ выделится 1/3 часть этой энергии. Отсюда получаем, что $Q = \frac{2C\mathcal{E}^2}{75}$.

**Ответ:** $Q = \frac{2C\mathcal{E}^2}{75} = 4 \cdot 10^{-6}$ Дж, или 4 мкДж.

**13.** Чему равна работа электрического тока? Сформулируйте закон Джоуля–Ленца.

**Задача.** В цепи, схема которой изображена на рис.49, ключ $K$ сначала достаточно долго удерживали в положении *1*. Затем ключ перевели в положение *2*. Известно, что после этого на сопротивлении $R_1$ выделилось количество теплоты $Q_1 = 1$ мДж. Определите ЭДС $\mathcal{E}$ источника. При расчетах примите $R_1 = 100$ Ом; $R_2 = 200$ Ом; $R_3 = 300$ Ом; $C = 120$ мкФ.

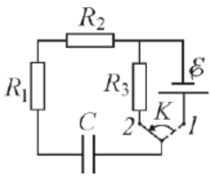

Рис.49

**Решение.** В исходном состоянии конденсатор зарядится до разности потенциалов $\mathcal{E}$. После перебрасывания ключа $K$ в положение *2* конденсатор полностью разрядится и в цепи, состоящей из резисторов $R_1$, $R_2$ и $R_3$, выделится количество теплоты $Q = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$. Поскольку в последовательной цепи количества теплоты, выделяющиеся на отдельных резисторах, пропорциональны их сопротивлениям, то $Q_1 = \frac{C\mathbf{E}^2}{2}\frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}$. Отсюда $\mathbf{E} = \sqrt{\frac{2Q_1}{C}\cdot\frac{R_1+R_2+R_3}{R_1}}$.

**Ответ:** $\mathbf{E} = \sqrt{\frac{2Q_1}{C}\cdot\frac{R_1+R_2+R_3}{R_1}}$ = 10 В.

**14.** Что такое элементарный электрический заряд? Сформулируйте закон сохранения электрического заряда.

**Задача.** Три одинаковых точечных заряда $q = 10^{-8}$ Кл удерживают на одной прямой так, что расстояние между первым и вторым зарядами равно $3a$, а между первым и третьим зарядами равно $7a$, где $a$ = 10 см. Определите минимальную работу, которую нужно совершить, чтобы переместить эти заряды в вершины прямоугольного треугольника с катетами длиной $3a$ и $4a$, преодолевая действие только электростатических сил, создаваемых этими зарядами. Электрическая постоянная $\varepsilon_0$ = 8,85·10$^{-12}$ Ф/м.

**Решение.** Потенциал точки, находящейся на расстоянии $r$ от точечного заряда $q$, относительно бесконечно удалённой от него точки равен $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$. Согласно принципу суперпозиции электростатических полей потенциал, создаваемый первым и вторым зарядами в точке 3, где удерживают третий заряд, равен $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{1}{7a}+\frac{1}{4a}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{11}{28a}$, а потенциал вершины прямоугольного треугольника с длиной основания $3a$ и высотой $4a$ (точки $3'$ на рис.50), в крайних точках основания которого находятся точечные заряды $q$, равен $\varphi_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{1}{4a}+\frac{1}{5a}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{9}{20a}$.

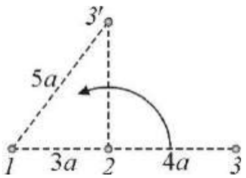

Рис.50

Поэтому искомая работа равна $A = q(\varphi_3 - \varphi_1) = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\cdot\left(\frac{9}{20}-\frac{11}{28}\right) = \frac{q^2}{70\pi\varepsilon_0 a}$.

**Ответ:** $A = \frac{q^2}{70\pi\varepsilon_0 a} \approx 5{,}1\cdot10^{-7}$ Дж.

**15.** Дайте определение электроемкости. Запишите формулу для электроемкости плоского конденсатора.

**Задача.** В электрической схеме, представленной на рис.51, сопротивления резисторов $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ Ом, электроемкость конденсатора $C = 2$ мкФ, ЭДС источников $\mathsf{E}_1 = 10$ В, $\mathsf{E}_2 = 8$ В, $\mathsf{E}_3 = 5$ В, их внутренние сопротивления пренебрежимо малы. Найдите заряд $q$ на пластинах конденсатора.

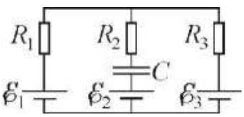

Рис.51

**Решение.** По цепи течет постоянный ток $I$, направление которого указано на рис52. стрелкой. По закону Ома для полной цепи $I = \dfrac{\mathsf{E}_1 - \mathsf{E}_3}{R_1 + R_3}$. Разность потенциалов между точками *1* и *2* находим из закона Ома для неоднородного участка цепи, согласно которому $\varphi_2 - \varphi_1 = \mathsf{E}_1 - IR_1$, а разность потенциалов между обкладками конденсатора $\varphi_a - \varphi_b = \varphi_1 + \mathsf{E}_2 - \varphi_2 = IR_1 - \mathsf{E}_1 + \mathsf{E}_2$. Следовательно, заряд на конденсаторе равен $q = C \cdot (\varphi_a - \varphi_b) =$
$= C \cdot \left( \dfrac{\mathsf{E}_1 - \mathsf{E}_3}{R_1 + R_3} R_1 - \mathsf{E}_1 + \mathsf{E}_2 \right)$.

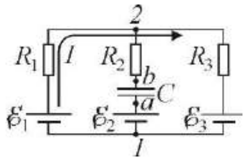

Рис.52

**Ответ:** $q = C \cdot \left( \dfrac{\mathsf{E}_1 - \mathsf{E}_3}{R_1 + R_3} R_1 - \mathsf{E}_1 + \mathsf{E}_2 \right) = 10^{-6}$ Кл, или 1 мкКл.

**16.** Сформулируйте закон Ома для участка цепи. Дайте определение омического сопротивления проводника.

**Задача.** Ученик собрал электрическую цепь, состоящую из источника и подключенного к нему нагрузочного резистора. При этом сопротивление резистора ученик подобрал таким, чтобы в резисторе выделялась максимально возможная мощность. Во сколько раз $n$ изменится коэффициент полезного действия (КПД) цепи, если к источнику вместо одного подключить два таких резистора, соединенных параллельно?

**Решение.** Используя закон Ома для полной цепи и закон Джоуля–Ленца, находим, что мощность, выделяющаяся в резисторе сопротивлением $R$, равна $N = \dfrac{\mathsf{E}^2 R}{(R+r)^2}$, где **Е** – ЭДС источника, $r$ – его внутреннее сопротивление. Анализ этого выражения показывает, что оно достигает максимума при $R = r$. Например, находя производную от $N$ по $R$, а именно, $N' = \dfrac{\mathsf{E}^2[(R+r)^2 - 2(R+r)R]}{(R+r)^4}$, и приравнивая ее нулю, приходим к записанному выше условию. КПД цепи, определяемый как $\eta = \dfrac{N}{N_{\text{полн}}}$, где $N_{\text{полн}} = \dfrac{\mathsf{E}^2}{R+r}$ – мощность, развиваемая источником, равен $\eta = \dfrac{R}{R+r}$. Поэтому в первом случае КПД $\eta_1 = \dfrac{r}{r+r} = \dfrac{1}{2}$, а во втором случае $\eta_2 = \dfrac{r/2}{r/2+r} = \dfrac{1}{3}$. Искомое отношение равно $n = \dfrac{\eta_2}{\eta_1} = \dfrac{2}{3}$.

**Ответ:** $n = \dfrac{2}{3}$, т.е. КПД уменьшится в полтора раза.

**17.** Сформулируйте закон Кулона. Что такое элементарный заряд?

**Задача.** Заряженная частица массой $m = 1$ мг находится в вакууме в электрическом поле неподвижного равномерно заряженного шара. Частицу удерживают в состоянии покоя на некотором расстоянии от центра шара, действуя на нее силой $F = 1$ мН. Затем частицу отпускают, и она начинает двигаться. Пройдя от исходного положения расстояние $s = 1$ м, частица приобретает скорость $v = 1$ м/с. Каково ускорение $a$ частицы в этот момент времени? Частица и шар заряжены одноименно.

**Решение.** Пусть $q$ – заряд частицы, $Q$ – заряд шара, $r$ – начальное расстояние между частицей и центром шара. По закону Кулона $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{qQ}{r^2}$, где $\varepsilon_0$ – электрическая постоянная. Учитывая, что потенциальная энергия электростатического отталкивания зарядов $q$ и $Q$, находящихся на расстоянии $x$ друг от друга, равна $\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 x}$, по закону сохранения энергии имеем

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQ}{r}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQ}{r+s}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQs}{r(r+s)}=F\frac{sr}{r+s}.$$

По второму закону Ньютона $ma=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQ}{(r+s)^2}=F\left(\frac{r}{r+s}\right)^2$. Объединяя записанные выражения, получаем, что $a=\frac{mv^4}{4Fs^2}$.

**Ответ:** $a=\frac{mv^4}{4Fs^2}=0{,}25$ м/с$^2$.

**18.** Что такое потенциал и разность потенциалов? Какова связь между разностью потенциалов и напряженностью однородного электростатического поля?

**Задача.** Заряженную частицу массой $m$ = 1 мг удерживают в состоянии покоя в вакууме на некотором расстоянии от центра неподвижного равномерно заряженного шара, действуя на нее силой $F$ = 1 мН. Когда частицу отпускают, она, пройдя от исходного положения расстояние $s$ = 1 м, движется с ускорением $a$ = 0,25 м/с$^2$. Какова скорость $v$ частицы в этот момент времени? Частица и шар заряжены одноименно.

**Решение.** Пусть $q$ – заряд частицы, $Q$ – заряд шара, $r$ – начальное расстояние между частицей и центром шара. По закону Кулона $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQ}{r^2}$, где $\varepsilon_0$ – электрическая постоянная. Учитывая, что потенциальная энергия электростатического отталкивания зарядов $q$ и $Q$, находящихся на расстоянии $x$ друг от друга, равна $\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 x}$, по закону сохранения энергии имеем $\frac{mv^2}{2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQ}{r}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQ}{r+s}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQs}{r(r+s)}=F\frac{sr}{r+s}$. По второму закону Ньютона $ma=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQ}{(r+s)^2}=F\left(\frac{r}{r+s}\right)^2$.

Объединяя записанные выражения, получаем, что $v=\sqrt[4]{\frac{4aFs^2}{m}}$.

**Ответ:** $v=\sqrt[4]{\dfrac{4aFs^2}{m}}=1$ м/с.

**19.** Сформулируйте закон Кулона и закон сохранения электрического заряда. Поясните смысл входящих в эти законы величин.

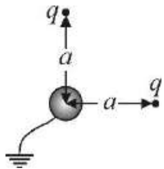
Рис.53

**Задача**. Два одинаковых точечных заряда $q = 10^{-7}$ Кл находятся на расстояниях $a = 1$ м от центра заземлённой проводящей сферы радиуса $R = 5$ см (рис.53). Отрезки, проведённые из центра сферы к зарядам, взаимно перпендикулярны. Расстояния от зарядов и сферы до окружающих тел достаточно велики. Определите модуль $F$ силы, с которой заряды действуют на сферу. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м.

**Решение.** Потенциал изолированной незаряженной сферы, центр которой находится на расстоянии $a$ от точечного заряда $q$, равен $\varphi=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}$. Поскольку сфера заземлена и находится в поле двух зарядов, то справедливо равенство $\dfrac{2q}{4\pi\varepsilon_0 a}+\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}=0$. Отсюда следует, что заряд $Q$, индуцированный на поверхности сферы, равен $Q=-\dfrac{2qR}{a}$. Учитывая, что $R \ll a$, можно считать, что этот заряд эквивалентен точечному заряду $Q$, находящемуся в центре сферы. Следовательно, модуль искомой силы $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2}$, где, в соответствии с законом Кулона, $F_1=F_2=\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$. Из записанных выражений получаем, что $F=\dfrac{q^2R\sqrt{2}}{2\pi\varepsilon_0 a^3}$.

**Ответ:** $F=\dfrac{q^2R\sqrt{2}}{2\pi\varepsilon_0 a^3}\approx 1{,}3\cdot10^{-5}$ Н.

**20.** Сформулируйте закон Ома для участка цепи. Чему равны сопротивления последовательно и параллельно соединенных проводников?

**Задача.** Резистор сопротивлением $R = 8$ Ом подключен к источнику постоянного тока с внутренним сопротивлением $r = 4$ Ом. Резистор с каким сопротивлением $R_x$ надо подсоединить параллельно резистору $R$, чтобы мощность, выделяющаяся во внешней цепи, не изменилась?

**Решение.** Условие равенства мощностей, выделяющихся во внешней цепи при разных сопротивлениях нагрузки $R_1$ и $R_2$, можно записать в виде $N = \dfrac{\mathbf{E}^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \dfrac{\mathbf{E}^2 R_2}{(R_2 + r)^2}$, где **E** – ЭДС источника. Из этого равенства находим, что $r = \sqrt{R_1 R_2}$. Следовательно: $\sqrt{\dfrac{R_x R^2}{R_x + R}} = r$ и $R_x = \dfrac{Rr^2}{R^2 - r^2}$.

**Ответ:** $R_x = \dfrac{Rr^2}{R^2 - r^2} \approx 2{,}7$ Ом.

**21.** Как определяется работа и мощность электрического тока? Сформулируйте закон Джоуля–Ленца.

**Задача.** При поочередном подключении резисторов с сопротивлениями $R_1 = 9$ Ом и $R_2 = 4$ Ом к источнику постоянного тока с ЭДС $\mathbf{E} = 10$ В во внешней цепи выделяется одинаковая мощность. Определите величину этой мощности $N$.

**Решение.** Условие равенства мощностей, выделяющихся во внешней цепи при разных сопротивлениях нагрузки $R_1$ и $R_2$, можно записать в виде $N = \dfrac{\mathbf{E}^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \dfrac{\mathbf{E}^2 R_2}{(R_2 + r)^2}$, где **E** – ЭДС источника. Отсюда следует, что $r = \sqrt{R_1 R_2}$, а выделяющаяся мощность равна $N = \dfrac{\mathbf{E}^2}{\left(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}\right)^2}$.

**Ответ:** $N = \dfrac{\mathbf{E}^2}{\left(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}\right)^2} = 4$ Вт.

# ОПТИКА

**1.** Дайте определения фокусного расстояния и оптической силы тонкой линзы.

**Задача.** Оптическая система состоит из двух линз – собирающей с фокусным расстоянием $F_1 = 30$ см и рассеивающей с фокусным расстоянием $F_2 = -10$ см. Главные оптические оси линз совпадают, а расстояние между линзами $L = 20$ см. Позади рассеивающей линзы на расстоянии $l = 1$ м от нее установлен экран, перпендикулярный главным оптическим осям линз. На собирающую линзу падает параллельный пучок света диаметром $d_1 = 15$ мм. Ось пучка совпадает с главной оптической осью линз. Определите диаметр $d_2$ светового пятна на экране.

**Решение.** Ход одного из лучей, ограничивающих световой пучок, изображен на рис.54. Точка пересечения продолжения луча, преломленного собирающей линзой, с оптической осью системы, дает положение источника света для рассеивающей линзы, находящегося на расстоянии $F_1 - L$ справа от нее. По формуле тонкой рассеивающей линзы имеем $-\frac{1}{F_1 - L} + \frac{1}{F} = -\frac{1}{|F_2|}$.

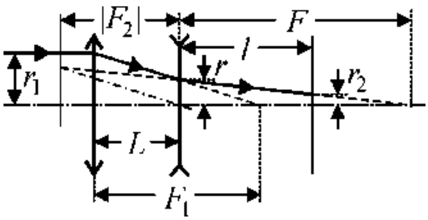

Рис.54

Отсюда расстояние от рассеивающей линзы до точки, где фокусируется пучок, прошедший систему линз, $F = \frac{|F_2|(F_1 - L)}{|F_2| + L - F_1}$. Из подобных треугольников (рис.54) следуют равенства: $\frac{r_1}{F_1} = \frac{r}{F_1 - L}$, $\frac{r}{F} = \frac{r_2}{F - l}$. Исключая из этих равенств $r$, находим $r_2 = r_1 \cdot \left(1 - \frac{L}{F_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{l}{F}\right)$.

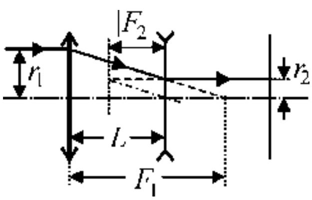

Рис.55

Подставляя сюда найденное выше $F$, получаем окончательно

$$d_2 = d_1 \cdot \left(1 - \frac{L}{F_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{l(|F_2| + L - F_1)}{|F_2|(F_1 - L)}\right) = 5 \text{ мм.}$$

*Замечание.* Задача допускает гораздо более простое решение, если, исходя из числовых данных, сразу учесть, что задние фокусы обеих линз совмещены. Рассматриваемая система линз представляет собой телескоп, после прохождения которого падающий параллельный пучок вновь будет параллельным. Соответствующий ход луча изображен на рис.55. Из рисунка 55 видно, что $\frac{r_1}{F_1} = \frac{r_2}{F_2}$. Отсюда следует, что $d_2 = d_1 \frac{|F_2|}{F_1} = 5$ мм.

**Ответ:** $d_2 = d_1 \frac{|F_2|}{F_1} = 5$ мм.

2. Дайте определение светового луча. Сформулируйте законы преломления света.

**Задача.** Отрезок $AB$, параллельный главной оси собирающей тонкой линзы, расположен на расстоянии $d$ от оси так, что его концы удалены от плоскости линзы на расстояния $a$ и $b$ соответственно (рис.56). Найдите длину $l$ изображения отрезка, если фокусное расстояние линзы $F$ и $b > a > F$.

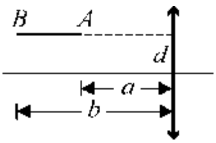

Рис.56

**Решение.** Изображение $A'B'$ отрезка $AB$ располагается на прямой, проходящей через правый фокус линзы и через точку пересечения линии, на которой находится отрезок, с преломляющей плоскостью линзы (см. рис.57). Из подобия $\Delta FA_1'A'$ и $\Delta OCF$ следует, что $\frac{A_1'F}{A'F} = \frac{OF}{CF} = \frac{F}{\sqrt{F^2 + d^2}}$, откуда длина отрезка $A'F = \frac{\sqrt{F^2 + d^2}}{F} A_1'F$. По формуле тонкой линзы имеем: $\frac{1}{A'O} + \frac{1}{A_1'O} = \frac{1}{F}$. Учитывая, что $A'O = a$, $A_1'O = F + A_1'F$, находим длину отрезка $A'F = \frac{F\sqrt{F^2 + d^2}}{a - F}$. Аналогично получаем, что

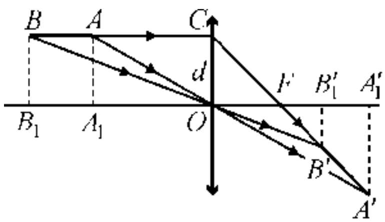

Рис.57

длина отрезка $B'F = \dfrac{F\sqrt{F^2+d^2}}{b-F}$. Поскольку искомая длина равна $l = A'F - B'F$, ответ имеет вид: $l = F\sqrt{F^2+d^2}\left(\dfrac{1}{a-F} - \dfrac{1}{b-F}\right)$.

**Ответ:** $l = F\sqrt{F^2+d^2}\left(\dfrac{1}{a-F} - \dfrac{1}{b-F}\right)$.

**3.** Какие линзы называются тонкими? Дайте определения фокусного расстояния и оптической силы тонкой линзы.

**Задача**. С помощью тонкой собирающей линзы получили увеличенное в $k = 5$ раз мнимое изображение предмета, расположенного вблизи главной оптической оси линзы. Если расстояние между линзой и предметом увеличить на $L = 10$ см, то размер изображения предмета уменьшится в $n = 2$ раза. Определите фокусное расстояние $f$ линзы.

**Решение.** Построение двух изображений предмета, находящегося в двух положениях относительно линзы, показано на рисунке 58. При этом учтено, что по условию при отдалении предмета от линзы размер изображения уменьшается. Это возможно только тогда, когда при втором положении предмета его изображение является действительным. Из рисунка 58 видно, что

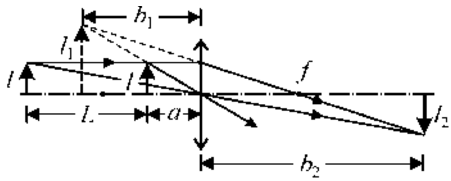

Рис.58

$\dfrac{l_1}{l} = \dfrac{b_1}{a}$ и $\dfrac{l_2}{l} = \dfrac{b_2}{a+L}$. Поскольку $\dfrac{l_1}{l} = k$ и $\dfrac{l_2}{l} = \dfrac{k}{n}$, то $b_1 = ka$ и $b_2 = \dfrac{k}{n}(a+L)$. Применяя формулу тонкой линзы и учитывая, что при первом положении предмета его изображение является мнимым, имеем: $\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{ka} = \dfrac{1}{f}$, $\dfrac{1}{a+L} - \dfrac{n}{k(a+L)} = \dfrac{1}{f}$. Исключая из этих соотношений $a$, находим, что $f = \dfrac{kL}{n+1}$.

**Ответ:** $f = \dfrac{kL}{n+1} \approx 16{,}7$ см.

**4.** Запишите формулу тонкой линзы. Чему равно увеличение, даваемое линзой?

**Задача.** Оптическая система состоит из двух тонких линз, главные оптические оси которых совпадают. Первая линза – собирающая, а вторая – рассеивающая. Фокусное расстояние собирающей линзы $F$. Расстояние между линзами равно $F/2$. Точечный источник света $S$ расположен на главной оптической оси системы на расстоянии $a = 1{,}5\,F$ перед собирающей линзой. Его изображение $S_1$, создаваемое системой, является действительным и находится на расстоянии $b = 5\,F$ за рассеивающей линзой. Определите отношение $n$ оптической силы собирающей линзы к модулю оптической силы рассеивающей линзы.

**Решение.** Ход одного из световых лучей, испущенных источником, показан на рисунке 59. При этом изображение $S_1$ источника $S$, формируемое собирающей линзой, находится за этой линзой на расстоянии $x$, удовлетворяющем формуле тонкой линзы, а именно $\frac{1}{a}+\frac{1}{x}=\frac{1}{F}=D$. Отсюда $x=\frac{aF}{a-F}=3F$. Это расстояние превышает на величину $l=x-0{,}5F=2{,}5F$ расстояние между линзами. Поэтому изображение $S_1$ является мнимым источником для рассеивающей линзы. Применяя для рассеивающей линзы формулу тонкой линзы $-\frac{1}{l}+\frac{1}{b}=D_1$, находим, что $D_1=-\frac{1}{5F}$ и $n=\frac{D}{|D_1|}=5$.

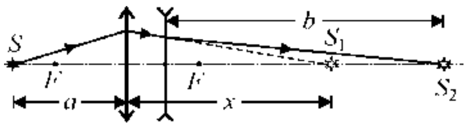

Рис.59

**Ответ:** $n=5$.

**5.** Сформулируйте законы отражения света. Приведите пример построения изображения предмета в плоском зеркале.

**Задача.** Стеклянная тарелка имеет дно сферической формы радиуса $R=20\text{см}$. В тарелку налили воду. На поверхность воды по нормали к ней направили луч света так, что точка падения луча оказалась на расстоянии $a=5\text{мм}$ от центра водной поверхности. Показатель преломления воды $n=1{,}33$. Под каким углом $\varphi$ к вертикали выйдет из воды в воздух отраженный от дна тарелки луч света? При расчетах учтите, что для малых значений аргумента $\alpha$, заданного в радианной мере, справедливо приближенное равенство $\arcsin\alpha\approx\alpha$.

**Решение.** Угол падения луча $\alpha$ на дно тарелки определяется формулой $\sin\alpha = a/R$. По закону отражения света луч, отраженный от дна тарелки, составит с вертикалью угол $\beta = 2\alpha$ (см. рис.60). Таким же будет угол падения луча на поверхность воды. По закону преломления света $\sin\varphi = n\cdot\sin\beta$. Отсюда $\varphi = \arcsin\left[n\cdot\sin\left(2\arcsin\frac{a}{R}\right)\right] \approx 2n\frac{a}{R}$.

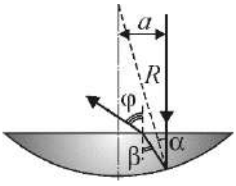

Рис.60

**Ответ:** $\varphi = \arcsin\left[n\cdot\sin\left(2\arcsin\frac{a}{R}\right)\right] \approx 2n\frac{a}{R} = 0{,}067\,\text{рад} \approx 3{,}8^\circ$.

**6.** Какие линзы называют тонкими? Дайте определения фокусного расстояния и оптической силы тонкой линзы.

**Задача.** На главной оптической оси тонкой собирающей линзы на расстоянии $d = 20$ см от линзы слева от нее расположен точечный источник света. Справа от линзы помещена посеребренная сфера радиуса $R = 10$ см. Центр сферы находится на расстоянии $f = 30$ см от линзы на её главной оптической оси. Определите фокусное расстояние линзы $F$, при котором изображение источника, создаваемое этой оптической системой, будет совпадать с самим источником.

**Решение.** При решении задачи нужно рассмотреть два случая.
а) Изображение источника, создаваемое линзой, находится на поверхности сферы (рис.61*а*). Тогда, записав формулу для тонкой линзы, имеем: $\frac{1}{d} + \frac{1}{f-R} = \frac{1}{F_1}$. Отсюда получаем, что $F_1 = \frac{d(f-R)}{d+f-R}$.

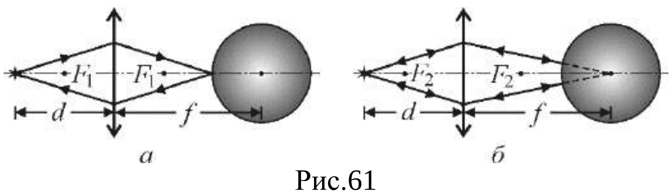

Рис.61

б) Изображение источника, создаваемое линзой, находится в центре сферы (рис.61*б*).

В этом случае имеем $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_2}$. Отсюда $F_2 = \frac{d\cdot f}{d+f}$.

**Ответ:** $F = F_1 = \dfrac{d(f-R)}{d+f-R} = 10$ см; $F = F_2 = \dfrac{d \cdot f}{d+f} = 12$ см.

**7.** Сформулируйте закон прямолинейного распространения света. Дайте определение светового луча.

**Задача.** В круглое отверстие в непрозрачной ширме вставлена тонкая рассеивающая линза, радиус которой совпадает с радиусом отверстия $R = 1$ см. Если перед линзой на её главной оптической оси поместить точечный источник света, то на экране, находящемся по другую стороны от линзы на расстоянии $b = 20$ см, появится светлое пятно радиуса $r_1 = 4$ см. Если же, не трогая экран и источник, убрать линзу, то радиус пятна станет равным $r_2 = 2$ см. Определите оптическую силу $D$ линзы.

**Решение.** На верхней половине рис.62 показано положение изображения $S_1$ источника $S$ в линзе *Л*, а на нижней половине ход крайнего луча от источника $S$ через отверстие в ширме *Ш*. Поскольку изображение источника является мнимым, по формуле тонкой линзы имеем равенство $\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{c} = D$. Из подобия треугольников с учетом обозначений, приведенных на рисунке 62, следует, что

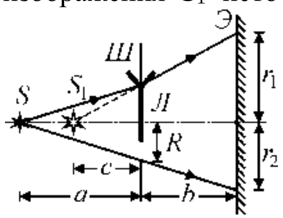

Рис.62

$\dfrac{R}{r_1} = \dfrac{c}{c+b}$, $\dfrac{R}{r_2} = \dfrac{a}{a+b}$. Отсюда $\dfrac{1}{a} = \dfrac{r_2}{bR} - \dfrac{1}{b}$, $\dfrac{1}{c} = \dfrac{r_1}{bR} - \dfrac{1}{b}$. Подставляя эти соотношения в формулу линзы, находим $D = \dfrac{r_2 - r_1}{bR}$.

**Ответ**: $D = \dfrac{r_2 - r_1}{bR} = -10$ дптр.

**8.** Сформулируйте законы преломления света. Дайте определения абсолютного и относительного показателя преломления.

**Задача.** На плоскую поверхность находящегося в воздухе прозрачного полушара, радиус которого $R$, падает перпендикулярно к ней параллельный пучок света радиуса $r << R$ (см. рис.63). На расстоянии $2R$ от плоской поверхности полушара (т.е. при $x = 2R$) радиус светового пучка становится равным $r/2$.

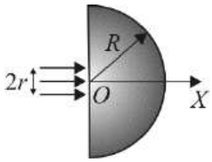

Рис.63

Определите показатель преломления материала, из которого сделан полушар. При расчетах учтите, что для малых значений аргумента α, заданного в радианной мере, справедливо приближенное равенство $\sin\alpha \approx \mathrm{tg}\,\alpha \approx \alpha$.

**Решение.** Ход одного их крайних лучей, образующих световой пучок, показан на рис.64. Плоскую поверхность полушара луч пересекает без преломления, а при выходе из полушара в воздух преломляется на сферической поверхности, причем по закону

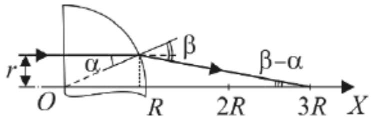

Рис.64

Снеллиуса $\sin\beta = n\sin\alpha$. Из рис.64 видно, что условие задачи выполняется, если пучок фокусируется в точке с координатой $x = 3R$.Учитывая, что пучок узкий и, следовательно, α и β – малые углы, имеем приближенные равенства: $\beta \approx n\alpha$, $\dfrac{r}{R} \approx \alpha$, $\dfrac{r}{2R} \approx \beta - \alpha$. Исключая из этих равенств $\alpha$ и $\beta$, находим, что $n = 1{,}5$.

**Ответ:** $n$ = 1,5.

**9.** Какие линзы называются тонкими? Приведите примеры построения изображения предмета в собирающей и рассеивающей линзах.

**Задача.** Расстояние от предмета до переднего фокуса собирающей линзы в $k$ = 4 раза меньше, чем расстояние от заднего фокуса линзы до изображения. Определите увеличение Г, даваемое линзой.

**Решение.** Обозначив расстояние от предмета до переднего фокуса через $x$, получаем, что расстояние от предмета до линзы $a = f + x$, а расстояние от линзы до изображения $b = f + kx$ (см. рис.65).

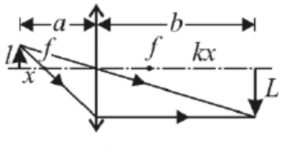

Рис.65

По формуле линзы имеем $\dfrac{1}{f+x} + \dfrac{1}{f+kx} = \dfrac{1}{f}$, где $f$ – фокусное расстояние линзы. Упростив это выражение, получаем, что $f = \sqrt{k}\cdot x$.

Увеличение, даваемое линзой, $\Gamma = \dfrac{L}{l} = \dfrac{f}{x} = \sqrt{k}$.

**Ответ:** $\Gamma = \sqrt{k} = 2$.

**10.** Запишите формулу тонкой линзы. Чему равно увеличение, даваемое линзой?

**Задача.** Точечный источник света $S$ расположен на расстоянии $a = 2$ см от фокуса собирающей линзы на прямой, образующей угол $\alpha = 60°$ с главной оптической осью. На каком расстоянии $l$ от второго фокуса находится изображение $S_1$ источника? Фокусное расстояние линзы $f = 5$ см.

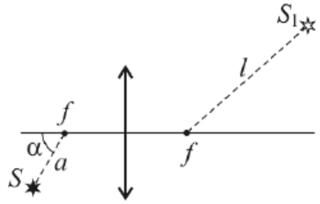

Рис.66

**Решение.** Построение изображения источника приведено на рис.67. Используя формулу тонкой линзы: $\frac{1}{f + a\cos\alpha} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$, находим расстояние от линзы до изображения $b = f\left(1 + \frac{f}{a\cos\alpha}\right)$. Из подобия $\Delta OAf_1$ и $\Delta BCf_1$ следует равенство $\frac{\sqrt{a^2\sin^2\alpha + f^2}}{f} = \frac{l}{b - f}$. Решая записанные уравнения, получаем, что $l = \frac{f}{a\cos\alpha}\sqrt{f^2 + a^2\sin^2\alpha}$.

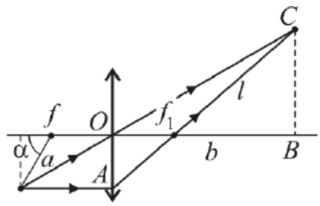

Рис.67

**Ответ:** $l = \frac{f}{a\cos\alpha}\sqrt{f^2 + a^2\sin^2\alpha} = 10\sqrt{7}$ см $\approx 24{,}6$ см.

**11.** Сформулируйте законы отражения света. Приведите пример построения изображения предмета в плоском зеркале.

**Задача.** Параллельный пучок света падает по нормали на грань стеклянной призмы. Угол при вершине призмы равен $\alpha = 0{,}1$ рад, показатель преломления стекла $n = 1{,}5$. За призмой установлена тонкая собирающая линза *Л* с фокусным расстоянием $F = 1$ м так, что главная оптическая ось линзы перпендикулярна входной грани призмы (см. рис.68).

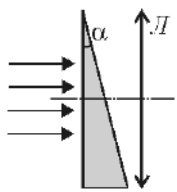

Рис.68

На каком расстоянии $x$ от главной оптической оси линзы будет сфокусирован световой пучок, преломленный призмой?
*Указание.* Для упрощения расчетов воспользуйтесь приближенной формулой $\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x$, справедливой для малых значений аргумента $x$, заданного в радианах.

**Решение.** Угол $\varphi$, на который призма отклоняет падающий на нее пучок света, определяется формулой $\varphi = \beta - \alpha$ (см рис.69). Здесь $\beta$ – угол преломления, определяемый законом Снеллиуса $n \sin\alpha = \sin\beta$, или $n\alpha \approx \beta$. Отсюда $\varphi \approx (n-1)\alpha$. Параллельный пучок лучей линза собирает в побочном фокусе. При этом луч, идущий через центр линзы, не преломляется. Отсюда $x = F \cdot \operatorname{tg}\varphi \approx F \cdot \varphi \approx F \cdot (n-1)\alpha$.

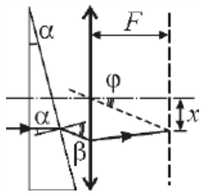

Рис.69

**Ответ:** $x \approx (n-1)\alpha F = 5$ см.

**12.** Запишите формулу линзы и поясните смысл входящих в нее величин. Чему равно увеличение, даваемое линзой?

**Задача.** Действительное изображение предмета, находящегося на расстоянии $a = 8$ см от тонкой собирающей линзы, получается с некоторым увеличением. После перемещения линзы вдоль ее главной оптической оси на расстояние $l = 4$ см линза дает мнимое изображение предмета с таким же увеличением. Определите фокусное расстояние линзы $F$.

**Решение.** Построение действительного изображения *И* и мнимого изображения $И_1$ предмета *П* показано на рис.70. Для исходного положения линзы использованы сплошные линии, для смещенного – штриховые. Используя обозначения, приведенные на рис.70, по формуле тонкой линзы имеем: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$ (для исходного положения линзы), $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}$ (для смещенного ее положения). Увеличение предмета в

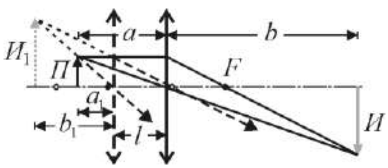

Рис.70

первом случае определяется выражением $\Gamma = \frac{b}{a} = \frac{F}{a-F}$, а во втором случае $\Gamma_1 = \frac{b_1}{a_1} = \frac{F}{F-a+l}$. Учитывая, что по условию $\Gamma_1 = \Gamma$, из этих выражений получаем, что $F = a - \frac{l}{2}$.

**Ответ:** $F = a - \frac{l}{2} = 6$ см.

**13.** Какие линзы называют тонкими? Дайте определения фокусного расстояния и оптической силы тонкой линзы.

**Задача.** Две тонкие линзы с одинаковыми по модулю фокусными расстояниями расположены так, что их главные оптические оси совпадают. Первая линза является рассеивающей, а вторая – собирающей. Расстояние между линзами равно модулю их фокусного расстояния. Предмет расположен перпендикулярно главной оптической оси перед рассеивающей линзой в ее левом фокусе. Определите увеличение Г, даваемое этой системой линз.

**Решение.** Построение изображения *И* предмета *П,* которое дает система линз, показано на рисунке 71. Видно, что размер изображения совпадает с размером предмета, т.е. $\Gamma = 1$. Этот же результат можно получить путем расчета. Рассеивающая линза формирует мнимое изображение предмета $И_1$. Расстояние $b_1$ от рассеивающей линзы до этого изображения согласно формуле тонкой линзы $\frac{1}{F} - \frac{1}{b_1} = -\frac{1}{F}$ равно $b_1 = \frac{F}{2}$, а увеличение этого изображения $\Gamma_1 = \frac{b_1}{F} = \frac{1}{2}$. Изображение $И_1$ играет роль предмета для собирающей линзы и находится на расстоянии $F + b_1 = \frac{3}{2}F$ от нее. По формуле $\frac{2}{3F} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F}$ находим, что расстояние от линзы до даваемого ею

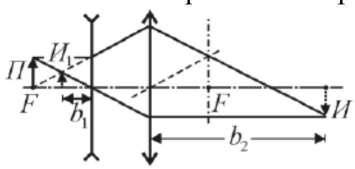

Рис.71

изображения $b_2 = 3F$, а увеличение этого изображения $\Gamma_2 = \frac{b_2}{1{,}5F} = 2$.

Увеличение, даваемое системой линз, $\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = 1$.

**Ответ:** $\Gamma = 1$.

**14.** Изобразите ход лучей в призме. В чем состоит явление полного внутреннего отражения?

**Задача.** Плоское зеркало *З* движется поступательно с некоторой постоянной скоростью, вектор которой направлен перпендикулярно плоскости зеркала. Предмет *П* движется со скоростью $v_1$ = 1 см/с под углом $\alpha$ = 30° к плоскости зеркала, а его изображение *И* движется под углом $\beta$ = 60° к плоскости зеркала (см. рис.72). Найдите модуль $u$ скорости зеркала.

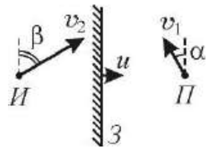

Рис.72

**Решение.** Поскольку проекции скоростей предмета и изображения на направление, параллельное зеркалу, равны, то $v_1 \cos\alpha = v_2 \cos\beta$, откуда $v_2 = v_1 \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$. Введем неподвижную координатную систему, направив ось *OY* перпендикулярно зеркалу, а начало координат совместив с плоскостью зеркала в некоторый момент времени $t = 0$. Если $l$ – расстояние от предмета до зеркала при $t = 0$, то в момент времени $t$ координаты предмета и изображения станут равными соответственно $y_п = l - v_1 t \sin\alpha$ и $y_и = -l + v_2 t \sin\beta$. Поскольку зеркало находится посередине между предметом и изображением, то его координата в момент времени $t$ составит величину $y_з = \frac{y_п + y_и}{2}$. Следовательно, проекция скорости зеркала на ось *OY* равна $u_y = \frac{y_з}{t} = \frac{v_2 \sin\beta - v_1 \sin\alpha}{2}$.

**Ответ:** $u = \frac{v_1(\cos\alpha \operatorname{tg}\beta - \sin\alpha)}{2} = 0{,}5$ см/с.

**15.** Сформулируйте законы преломления света. Дайте определения абсолютного и относительного показателей преломления.

**Задача.** Источник света $S$, испускающий тонкий луч, движется горизонтально над поверхностью воды в бассейне, приближаясь к его стенке с постоянной скоростью $v_1 = 0{,}5$ м/с, вектор которой перпендикулярен стенке. Луч направлен в воду так, что угол падения равен $\alpha = 30°$. С какой скоростью $v_2$ движется под водой по вертикальной стенке бассейна световое пятно от луча? Показатель преломления воды $n = 1{,}33$.

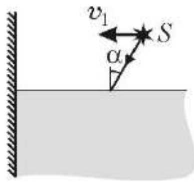

Рис.73

**Решение.** Ход луча, преломленного на границе раздела воздуха и воды, изображен на рис.74 при двух положениях источника. Видно, что горизонтальное перемещение $\Delta x$ источника и вертикальное перемещение $\Delta y$ светлого пятна на стенке бассейна связаны соотношением $\Delta y = \dfrac{\Delta x}{\operatorname{tg}\beta}$, где $\beta$ – угол преломления. По закону преломления $\sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{n}$. Следовательно, $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta} = \dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$. При равномерном движении за время $\Delta t$ источник сместится на $\Delta x = v_1 \Delta t$, а светлое пятно на стенке бассейна – на $\Delta y = v_2 \Delta t$. Окончательно $v_2 = \dfrac{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{\sin\alpha} \cdot v_1$. Пятно движется по стенке вверх.

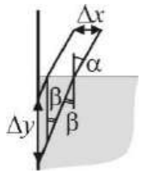

Рис.74

**Ответ:** $v_2 = \dfrac{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{\sin\alpha} \cdot v_1 \approx 1{,}2$ м/с.

**16.** Какие линзы называют тонкими? Дайте определения фокусного расстояния и оптической силы тонкой линзы.

**Задача.** На поверхность тонкой рассеивающей линзы падает луч света на расстоянии $a = 1$ см от центра линзы под углом $\alpha = 0{,}1$ рад к ее главной оптической оси. Найдите модуль фокусного расстояния линзы $f$, если вышедший из линзы луч отклоняется от первоначального направления на угол $\beta = 0{,}05$ рад. Учтите, что для малых значений аргумента $x$, заданного в радианной мере, справедлива приближенная формула $\operatorname{tg} x \approx x$.

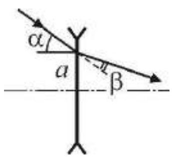

Рис.75

**Решение.** Ход лучей изображен на рис.76. При построении преломленного в линзе луча использован вспомогательный луч $FO$, параллельный падающему и проходящий через оптический центр линзы $O$ без преломления. Согласно известному свойству тонкой рассеивающей линзы, продолжения всех параллельных лучей, падающих на нее, пересекаются в точке $F$ фокальной плоскости. С учетом того, что фокусное расстояние рассеивающей линзы отрицательно, из треугольников $AOF$ и $BCF$ находим, что $f\,\mathrm{tg}\,\alpha = a + f\,\mathrm{tg}(\alpha-\beta)$, откуда

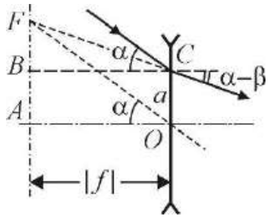

Рис.76

$f = \dfrac{a}{\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}(\alpha-\beta)}$. **Ответ:** $f = \dfrac{a}{\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}(\alpha-\beta)} \approx \dfrac{a}{\beta} = 20$ см.

**17.** Постройте ход световых лучей в призме. В чем состоит явление полного внутреннего отражения.

**Задача.** Стеклянная призма, поперечное сечение которой представляет собой равносторонний треугольник, плотно заделана в отверстие в вертикальной стенке аквариума (см. рис.77). На боковую грань призмы пускают световой луч так, что внутри призмы он распространяется параллельно ее основанию. Первоначально пустой аквариум заполняют водой. На какой угол $\vartheta$ повернется при этом луч, идущий в аквариуме? Показатель преломления призмы $n_{\text{пр}} = 1{,}41$, показатель преломления воды $n_{\text{в}} = 1{,}33$. Ответ приведите в градусах, округлив до целых.

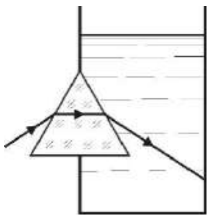
Рис.77

**Решение.** Ход лучей изображен на рис.78. Штриховой линией справа от призмы показан луч, выходящий из призмы в воздух, а сплошной линией – тот же луч, выходящий из призмы в воду. По закону преломления имеем: на границе «стекло – воздух» $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{\text{пр}}$,а на границе «стекло – вода» $\dfrac{\sin\alpha_1}{\sin\beta} = \dfrac{n_{\text{пр}}}{n_{\text{в}}}$.

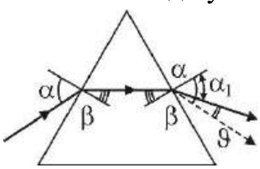

Рис.78

Отсюда $\alpha = \arcsin(n_{пр} \sin\beta)$, $\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_{пр}}{n_в}\sin\beta\right)$, причем $\beta = 30°$ и $\sin\beta = \frac{1}{2}$. Искомый угол, на который повернется луч, $\vartheta = \alpha - \alpha_1$.

**Ответ:** $\vartheta = \arcsin\left(\frac{n_{пр}}{2}\right) - \arcsin\left(\frac{n_{пр}}{2n_в}\right) \approx 13°$.

**18.** Дайте определения фокусного расстояния и оптической силы тонкой линзы.

**Задача.** В отверстие в вертикальной стенке аквариума плотно заделана тонкая плоско-выпуклая линза с фокусным расстоянием $F = 20$ см (см. рис.79). На выпуклую поверхность линзы падает параллельно ее главной оптической оси узкий пучок света, который фокусируется внутри первоначально пустого аквариума. Если аквариум заполнить некоторой жидкостью, то точка, в которой фокусируются лучи, сместится на расстояние $\Delta l = 4$ см. Определите показатель преломления жидкости $n$. Углы падения и преломления лучей считайте малыми. Учтите, что для малых значений арумента *x*, заданного в радианах, справедлтвы приближенные формулы $\sin x \approx \mathrm{tg}\, x \approx x$.

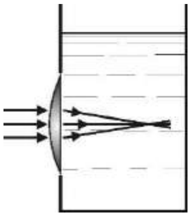

Рис. 79

**Решение.** На рис.80*а* показан ход лучей, преломляющихся на плоской поверхности, ограничивающей линзу. Пусть один из лучей, идущих в толще линзы, падает на эту поверхность под углом $\gamma$. Тогда в случае выхода луча из линзы в воздух (штриховая линия на рисунке 80*а*) по закону преломления имеем $n_{ст}\sin\gamma = \sin\alpha$, а в случае выхода луча из линзы в жидкость (сплошная линия на рисунке 80*а*) имеем $n_{ст}\sin\gamma = n\sin\beta$. Здесь $n_{ст}$ – показатель преломления стекла. Из этих равенств получаем, что $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$. Ход лучей,

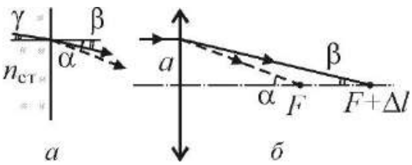


Рис.80

покинувших линзу, изображен на рис.80*б*. Видно, что $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{F}$, $\operatorname{tg}\beta = \frac{a}{F+\Delta l}$. Поскольку падающий на линзу пучок света по условию является узким, то $\alpha << 1$, $\beta << 1$. Следовательно, справедливы приближенные равенства $\alpha \approx \frac{a}{F}$, $\beta \approx \frac{a}{F+\Delta l}$, $\frac{\alpha}{\beta} \approx n$. Отсюда находим, что $n = 1 + \frac{\Delta l}{F}$.

**Ответ:** $n = 1 + \frac{\Delta l}{F} = 1{,}2$.

**19.** Сформулируйте законы преломления света. Дайте определения абсолютного и относительного показателей преломления.

**Задача.** На сферическую поверхность прозрачного полушара радиуса $R$ = 10 см с показателем преломления $n$ =1,5 падает луч света, параллельный оси, перпендикулярной основанию полушара и проходящей через его центр (см. рис.81). Точка падения луча находится на расстоянии $a$ = 1 см от этой оси. Какой угол $\gamma$ образует луч, вышедший из полушара, с нормалью к его основанию? При расчетах учтите, что $a << R$, а для малых значений аргумента $x$, заданного в радианах, справедливо приближенное равенство $\sin x \approx x$.

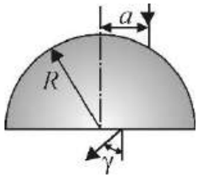

Рис.81

**Решение.** Ход луча изображен на рис.82, где $\alpha$ − угол падения луча на сферическую поверхность полушара, а $\beta$ − угол преломления на этой поверхности. По закону преломления $\sin\beta = \frac{1}{n}\sin\alpha$, или приближенно $\beta \approx \frac{\alpha}{n}$. Поскольку $\alpha \approx \frac{a}{R}$, то $\beta \approx \frac{a}{nR}$. Из рисунка 82 видно, что угол падения луча на плоскую поверхность полушара равен $\alpha - \beta \approx \frac{a}{R} \cdot \frac{n-1}{n}$. Поэтому по закону преломления на этой поверхности $\gamma \approx n(\alpha - \beta)$. Следовательно, искомый угол $\gamma \approx \frac{a}{R}(n-1)$.

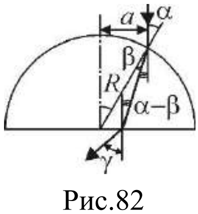

Рис.82

**Ответ:** $\gamma \approx \dfrac{a}{R}(n-1) = 0{,}05$ рад.

**20.** Какие линзы называют тонкими? Запишите формулу тонкой линзы и поясните смысл входящих в нее величин.

**Задача.** На расстоянии $f = 15$ м от объектива проекционного аппарата расположен экран с размерами $2\times3$ м. На экране получено четкое изображение диапозитива, имеющего размеры $24\times36$ мм. При этом изображение занимает половину площади экрана. Рассчитайте оптическую силу $D$ тонкой линзы, которую следует вплотную приставить к объективу проекционного аппарата, не меняя его положения, чтобы четкое изображение точно уложилось в размеры экрана. Объектив проекционного аппарата считайте тонкой линзой. Ответ приведите в диоптриях, округлив до одного знака после запятой

**Решение.** По условию взаимное расположение объектива и экрана не изменяется, а формирование резкого изображения на экране достигается в результате изменения расстояния от диапозитива до объектива (см. рисунок 83). Как известно, линейное увеличение Г, даваемое линзой, может быть рассчитано по формуле $\Gamma = \dfrac{f}{d}$, где $d$ – расстояние от диапозитива до линзы (объектива), а $f$ – расстояние от линзы до экрана, которое не изменяется. Из формулы тонкой линзы следует, что оптическая сила линзы $D = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{f}(\Gamma + 1)$. При сдвинутых вплотную тонких линзах их оптические силы складываются. Обозначив через $D_0$ оптическую силу объектива диапроектора, а через $D$ – оптическую силу добавочной линзы, имеем: $D_0 = \dfrac{1}{f}(\Gamma_0 + 1)$, $D + D_0 = \dfrac{1}{f}(\Gamma + 1)$, откуда $D = \dfrac{1}{f}(\Gamma - \Gamma_0)$. Учитывая, что конечное увеличение $\Gamma = \dfrac{2000}{24} = \dfrac{3000}{36} \approx 83{,}3$, а начальное $\Gamma_0 = \dfrac{\Gamma}{\sqrt{2}} \approx 58{,}9$, находим, что $D \approx 1{,}6$ дптр.

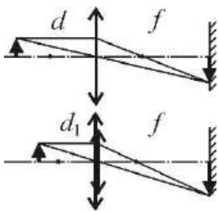

Рис.83

**Ответ:** $D = \dfrac{1}{f}(\Gamma - \Gamma_0) \approx 1{,}6$ дптр, где $\Gamma = \dfrac{2000}{24} \approx 83{,}3$; $\Gamma_0 = \dfrac{\Gamma}{\sqrt{2}} \approx 58{,}9$.

**21.** Приведите примеры построения изображений, формируемых собирающей и рассеивающей линзами. Чему равно увеличение, даваемое линзой?

**Задача.** На расстоянии $f = 10$ м от объектива проекционного аппарата расположен экран с размерами $2 \times 3$ м. На экране получено четкое изображение диапозитива, имеющего размеры $24 \times 36$ мм. При этом изображение занимает половину площади экрана. На какое расстояние $\Delta f$ следует переместить проекционный аппарат, чтобы чёткое изображение заняло всю площадь экрана? Объектив проекционного аппарата считайте тонкой линзой.

**Решение.** Линейное увеличение, даваемое линзой, $\Gamma = \dfrac{f}{d}$, откуда $d = \dfrac{\Gamma}{f}$.

Здесь $d$ – расстояние от диапозитива до линзы, а $f$ – расстояние от линзы до экрана. Из формулы тонкой линзы оптическая сила линзы $D = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{f}(\Gamma + 1)$. По условию, оптическая сила остается неизменной, но изменяется расстояние между линзой и экраном. Поэтому $\dfrac{1}{f_1}(\Gamma_1 + 1) = \dfrac{1}{f_2}(\Gamma_2 + 1)$. Диапроектор следует удалить

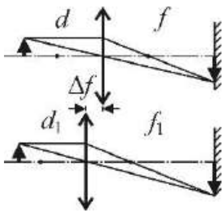

Рис.84

от экрана на расстояние $\Delta f = f_2 - f_1 = f_1 \cdot \dfrac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{\Gamma_1 + 1}$. Конечное увеличение равно $\Gamma_2 = \dfrac{2000}{24} = \dfrac{3000}{32} = 83{,}3$, начальное увеличение $\Gamma_1 = \dfrac{\Gamma_2}{\sqrt{2}} = 58{,}8$.

**Ответ:** $\Delta f = f_1 \cdot \dfrac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{\Gamma_1 + 1} \approx 4$ м, где $\Gamma_2 = \dfrac{2000}{24} \approx 83{,}3$; $\Gamma_1 = \dfrac{\Gamma}{\sqrt{2}} \approx 58{,}9$.

# Содержание

Механика……………………………………………………………..…3

Молекулярная физика и термодинамика………………………………..22

Электродинамика……………………………………………………....39

Оптика……………………………………………………………………..55